



**Mafalda Machado  
Nogueira**

**PROMOÇÃO DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO COM  
RECURSO A *APPLETS* : UM ESTUDO DE CASO NO  
2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**



**Mafalda Machado  
Nogueira**

**PROMOÇÃO DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO COM  
RECURSO A *APPLETS* : UM ESTUDO DE CASO NO  
2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**

Relatório final apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizada sob a orientação científica da Doutora Celina Tenreiro Vieira, Professora do Quadro do Agrupamento de Escolas de Aveiro e Investigadora do CIDTFF da Universidade de Aveiro.

À minha querida mãe, que todos os sonhos dela sejam cumpridos a partir deste capítulo, e ao meu pai pelo seu apoio incansável.

**o júri**

presidente

**Doutora Ana Raquel Gomes São Marcos Simões**  
Professora Auxiliar Convidada da Universidade de Aveiro

**Doutora Isabel Maria Monteiro Barbosa**  
Professora do Quadro de Nomeação Definitiva do Agrupamento de Escolas de Aveiro

**Doutora Maria Celina Cardoso Tenreiro Vieira**  
Professora do Quadro do Agrupamento, Escola Eb 2,3 João Afonso de Aveiro do Agrupamento de Escolas de Aveiro e Investigadora do CIDTFF da Universidade de Aveiro.

## **agradecimentos**

À Professora Doutora Celina Tenreiro Vieira, pelo rigor com que orientou este trabalho, pela confiança que depositou em mim, pela riqueza dos seus conhecimentos, mas sobretudo pela simpatia e constante disponibilidade;

Ao professor titular de turma onde decorreu a investigação, Rui Pinheiro, pela sua colaboração, disponibilidade e simpatia;

À turma que participou neste estudo, pela colaboração e disponibilidade, bem como pelo empenho que demonstraram;

Ao meu amigo e colega de estágio João, pelo companheirismo, apoio e ajuda;

Ao meu irmão Rodrigo, pela paciência que teve comigo e por todas as vezes que me fez rir;

Ao Miguel, pelo carinho, apoio, compreensão e por nunca me ter deixado desistir;

Aos meus amigos Joana, Chiquinha, “Dani”, Filipe e Luíses pela amizade e pelo incentivo que sempre me prestaram;

À restante família e amigos, pela compreensão dos momentos em que não pude estar presente;

Um agradecimento geral a todos os professores pelo que me ensinaram durante o mestrado, e tornaram possível a realização deste trabalho.

## palavras-chave

Educação em Matemática, 2.ºCEB, Applets, Aulas de Apoio ao Estudo, Raciocínio Matemático.

## resumo

Nos últimos anos, temos assistido a um desenvolvimento cada vez mais acelerado das Novas Tecnologias, provocando alterações profundas no nosso dia-a-dia e nas mais diversas áreas.

No que diz respeito ao ensino, mais concretamente ao ensino da Matemática, as novas tecnologias são vistas por muitos investigadores como uma porta para a inovação.

Todavia, existe a importância de que no ensino de matemática sejam desenvolvidas capacidades matemáticas, como por exemplo, o raciocínio hipotético-dedutivo, ou seja, o raciocínio matemático (RM).

Assim, aliaram-se as novas tecnologias, nomeadamente as *applets*, às capacidades de raciocínio matemático, de forma a desenvolver atividades matemáticas em situação de aulas de apoio ao estudo.

O estudo insere-se numa abordagem qualitativa seguindo um design de estudo de caso, sendo o caso, um grupo de alunos do 6.º ano de escolaridade no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Para recolher os dados, recorreu-se a vários instrumentos: i) testes, ii) diário do investigador, iii) a instrumentos de análise das produções escritas dos alunos e iv) questionários.

Os resultados obtidos indicam que as atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets* e visando o raciocínio matemático, contribuíram para o desenvolvimento/mobilização de capacidades de raciocínio matemático e conhecimentos matemáticos no âmbito de Geometria e Medidas.

Os alunos afirmam que gostaram de realizar as atividades propostas, classificando-as como desafiantes, divertidas e motivadoras.

**keywords**

Mathematical Education, 2.º CEB, Applets, Study Support Classes, Mathematical Reasoning.

**abstract**

In recent years, we have witnessed an accelerated development of new technologies, provoking profound changes in our day-to-day and in the most different areas.

With regard to teaching, more specifically the teaching of Mathematics, new technologies are seen by many researchers as a door to innovation in this field. However, it is important that in process of teaching mathematics, mathematical skills are developed, such as hypothetical-deductive reasoning, that is, mathematical reasoning.

Thus, the new technologies, namely the applets, were combined with the mathematical reasoning abilities, in order to develop mathematical activities in a teaching environment.

The study is part of a qualitative approach following a case study design, being the case, a group of students of the 6th year of schooling in the 2nd cycle of Basic Education. In order to collect the data, several instruments were used: i) test, ii) the diary of the researcher, iii) the instruments for analyzing the written productions of the students, and iv) the questionnaires.

The results show that mathematical activities, focusing on the exploration of applets and aiming at mathematical reasoning, contributed to the development / mobilization of mathematical reasoning capacities and mathematical knowledge in the subjects of Geometry and Measures.

Students say they enjoy carrying out the proposed activities, classifying them as challenging, fun and motivating.





# Índice

<b>Lista de Figuras.....</b>	<b>13</b>
<b>Lista de Quadros.....</b>	<b>14</b>
<b>Lista de Siglas e Abreviaturas Usadas.....</b>	<b>15</b>
<b>Capítulo 1 – Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1. Contextualização do estudo.....	1
1.2. Finalidade, questões e objetivos.....	2
1.3. Importância do Estudo.....	3
<b>Capítulo 2 – Enquadramento Teórico.....</b>	<b>5</b>
2.1. Educação Matemática no Ensino Básico.....	5
2.1.1. Currículo Português.....	8
2.2. Raciocínio Matemático.....	9
2.2.1. Caracterização do RM.....	10
2.2.2. Promoção do RM.....	13
2.3. Tecnologias na Educação Matemática.....	14
2.3.1. Applets.....	16
<b>Capítulo 3 – Metodologia.....</b>	<b>19</b>
3.1. Natureza da investigação.....	19
3.2. Caracterização do contexto de intervenção: Escola e participantes no estudo. .	20
3.3. Descrição do estudo.....	22
3.3.1. Seleção, adaptação e produção das atividades.....	22
3.3.2. Implementação.....	27
3.4. Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados.....	33
3.4.1. Testagem.....	34
3.4.3. Inquérito: questionário.....	36
3.4.4. Análise documental: Instrumento de análise das produções escritas dos alunos.....	37
3.5. Tratamento de dados: análise de conteúdo.....	38
<b>Capítulo 4 – Resultados.....</b>	<b>41</b>
4.1. Contributo das atividades para a mobilização/desenvolvimento do RM dos alunos. .....	41
4.2. Contributo das atividades para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos no âmbito de GM, dos alunos.....	51

4.3. Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas nas AAE, com foco na exploração de applets, visando o RM.....	59
<b>Capítulo 5 – Conclusões.....</b>	<b>69</b>
5.1. Síntese conclusiva dos resultados.....	69
5.2. Limitações do estudo.....	71
5.3. Sugestões para trabalhos futuros.....	71
5.4. Considerações finais.....	71
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>75</b>
<b>Apêndices.....</b>	<b>81</b>
Apêndice A: Atividades Matemáticas.....	82
Apêndice B: Questionários realizados no fim das atividades.....	103
Apêndice C: Instrumentos de análise das produções escritas dos alunos.....	106

## Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> - Quadro conceptual para o estudo do Raciocínio Matemático.....	11
<b>Figura 2</b> - Diagrama sobre o ciclo de conjeturas.....	12
<b>Figura 3</b> - Resposta do aluno A16 à questão 2.1. da atividade 1.....	44
<b>Figura 4</b> - Resposta do aluno A13 à questão 2.1. da atividade 1.....	44
<b>Figura 5</b> - Resposta do aluno A7 à questão 2.1. da atividade 6.....	45
<b>Figura 6</b> - Resposta do aluno A17 à questão 1.4. da atividade 5.....	46
<b>Figura 7</b> - Resposta do aluno A1 à questão 1.4. da atividade 5.....	46
<b>Figura 8</b> - Resposta do aluno A16 à questão 1.4. da atividade 5.....	46
<b>Figura 9</b> - Resposta do aluno A14 à questão 2.3. da atividade 2.....	48
<b>Figura 10</b> - Resposta do aluno A17 à questão 1.6. da atividade 5.....	48
<b>Figura 11</b> - Resposta do aluno A10 à questão 1.2. da atividade 1.....	49
<b>Figura 12</b> - Resposta do aluno A15 à questão 3.3. da atividade 1.....	50
<b>Figura 13</b> - Resposta do aluno A5 à questão 3.3. da atividade 1.....	50
<b>Figura 14</b> - Resposta do aluno A12 à questão 1.1. e 1.3. da atividade 1.....	54
<b>Figura 15</b> - Resposta do aluno A17 à questão 1.1. e 1.2. da atividade 1.....	54
<b>Figura 16</b> - Resposta do aluno A17 à questão 3. a atividade 3.....	55
<b>Figura 17</b> - Resposta do aluno A5 à questão 3.2. e 3.3. da tarefa 1.....	57
<b>Figura 18</b> - Resposta do aluno A3 às questões 1.4. e 1.5. da atividade 5.....	58
<b>Figura 19</b> - Resposta do aluno A8 à segunda questão do questionário da atividade 4...	64
<b>Figura 20</b> - Resposta do aluno A16 à última questão do questionário da atividade 4.....	64

## Lista de Quadros

<b>Quadro 1</b> - Distribuição dos alunos por idade e gênero.....	22
<b>Quadro 2</b> - Capacidades de Raciocínio Matemático.....	23
<b>Quadro 3</b> - Domínio temático, subdomínio e objetivos específicos de cada atividade.....	24
<b>Quadro 4</b> - <i>Applet</i> explorado em cada atividade.....	25
<b>Quadro 5</b> - Capacidades de RM focadas em cada questão das várias atividades.....	26
<b>Quadro 6</b> - Cronologia das atividades.....	28
<b>Quadro 7</b> - Técnicas e instrumentos de recolha de dados e respetivos momentos de aplicação.....	34
<b>Quadro 8</b> - Número de alunos que mobilizaram/desenvolveram capacidades de RM , na realização das atividades.....	42
<b>Quadro 9</b> - Número de alunos que mobilizaram conhecimentos de GM, na realização das atividades.....	52
<b>Quadro 10</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 2, que responderam apenas uma opção.....	60
<b>Quadro 11</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 2, que responderam duas opções.....	60
<b>Quadro 12</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 2, que responderam três opções.....	61
<b>Quadro 13</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 3.....	62
<b>Quadro 14</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 4.....	62
<b>Quadro 15</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 4.....	63
<b>Quadro 16</b> - Opinião dos alunos sobre as vantagens da utilização da <i>applet</i> .....	65
<b>Quadro 17</b> - Opinião dos alunos sobre as desvantagens da utilização da <i>applet</i> .....	65
<b>Quadro 18</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam apenas uma opção.....	66
<b>Quadro 19</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam duas opções.....	66
<b>Quadro 20</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam três opções.....	66
<b>Quadro 21</b> - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam quatro opções.....	67

## **Lista de Siglas e Abreviaturas Usadas**

**AAE** – Aulas de Apoio ao Estudo

**CEB** – Ciclo do Ensino Básico

**GM** – Geometria e Medida

**NCTM** – *National Council of Teachers of Mathematics*

**PISA** – Programme for International Student Assessment

**PMEB** – Programa de Matemática do Ensino Básico

**PPS** – Prática Pedagógica Supervisionada

**RM** – Raciocínio Matemático

## Capítulo 1 – Introdução

O primeiro capítulo encontra-se estruturado em três pontos. No primeiro é realizada uma pequena contextualização do estudo. No segundo apresentam-se as finalidades, as questões de investigação e objetivos do estudo. Por fim, no terceiro realça-se a importância do estudo.

### 1.1. Contextualização do estudo

No decorrer dos últimos anos, assistiu-se a um enorme aumento de recursos tecnológicos que, consequentemente melhoraram a qualidade de vida de todos. Os recursos tecnológicos também se integraram em inúmeras profissões de várias áreas. Tendo em conta esta tendência e a importância da educação na vida do ser humano, as novas tecnologias têm vindo a ser integradas, desde cedo, na educação. O objetivo é potenciar o ensino e fomentar a familiarização com o mundo tecnológico. Com esta integração, aumentaram os recursos tecnológicos à disposição das escolas, dos professores e dos alunos. Os recursos tecnológicos visam melhorar o processo educativo. Na perspetiva de Ponte (2002), as tecnologias “constituem tanto um meio fundamental de acesso à informação como um instrumento de transformação da informação e de produção de nova informação (...) constituem ainda um meio de comunicação à distância e uma ferramenta para o trabalho colaborativo.” (p.2).

A utilização das tecnologias nas escolas tem sido bastante estimulada, tornando-se já um elemento fundamental do ambiente de aprendizagem (Ponte, 2002). O NCTM (2005) e o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) incentivam a utilização de recursos tecnológicos, para, assim, enriquecer as aulas de matemática e, consequentemente, as aprendizagens matemáticas dos alunos. Contudo, os professores devem seguir os rápidos progressos na tecnologia de forma adequada.

Após várias leituras de documentos e relatórios de estudos internacionais, pertencentes ao *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), ao Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), ao Programme for International Students Assessment (PISA) e aos relatórios dos exames nacionais do Instituto de Avaliação Educativa (IAVE), achou-se pertinente focar no estudo, as capacidades de raciocínio matemático (RM).

Às capacidades de RM, aliou-se o uso das novas tecnologias, de forma a tentar melhorar o processo de desenvolvimento de capacidades matemáticas dos alunos. Neste estudo, além das capacidades de RM, também se desenvolveram conhecimentos matemáticos com ajuda das novas tecnologias. Para isso, projetou-se um conjunto de atividades orientadas a partir dos conteúdos programáticos delineados pelo PMEB, em conjunto com as *applets online* de matemática, construídas pelo NCTM.

## 1.2. Finalidade, questões e objetivos

O presente estudo centra-se no campo de investigação em educação matemática, tendo sido organizado de acordo com a finalidade e questões de investigação que a seguir se apresentam. Foi elaborado com a finalidade de desenvolver atividades matemáticas que desenvolvessem/mobilizassem capacidades de RM, desenvolvessem/mobilizassem conhecimento matemático no âmbito de geometria e medida (GM) e ainda promovessem o gosto pela aprendizagem matemática, tudo isto através da exploração de *applets*. Essas atividades foram aplicadas em alunos do 6.º ano de escolaridade do ensino básico em situação de aulas de apoio ao estudo (AAE).

Com este propósito foram elaboradas as seguintes questões, a que se pretende dar resposta com esta investigação:

- Qual o contributo de atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets* visando o RM em situação de AAE, no desenvolvimento/mobilização do RM dos alunos?
- Qual o contributo de atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets* visando o RM em situação de AAE, no desenvolvimento/mobilização do conhecimento matemático no âmbito de GM?
- Qual a opinião dos alunos sobre as atividades realizadas nas AAE, com foco na exploração de *applets* visando o RM?

Considerando a finalidade e as questões de investigação, definiram-se os seguintes objetivos do estudo:

- Selecionar, adaptar e conceber atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets*, visando o RM e conhecimentos de matemática no âmbito de GM;
- Implementação das atividades, em situação de aulas de apoio ao estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade;
- Avaliar o contributo das atividades implementadas, quanto às capacidades desenvolvidas/mobilizadas de RM, com foco na exploração de *applets*;

- Avaliar o contributo das atividades implementadas, quanto aos conhecimentos matemáticos desenvolvidos/mobilizados no âmbito de GM, com foco na exploração de *applets*;
- Averiguar a opinião dos alunos quanto à realização das atividades nas AAE, com foco na exploração de *applets* visando o RM.

### 1.3. Importância do Estudo

Tal como foi dito anteriormente, encontramos-nos num veloz desenvolvimento tecnológico e científico (Rodrigues, 2005). Ponte (2002) afirma que "uma escola à margem da comunidade não faz nenhum sentido e é uma aberração condenada a desaparecer" (p.1), deste modo, a escola deverá acompanhar os desenvolvimentos tecnológicos e científicos de forma a ser uma escola integrada na comunidade.

A matemática é uma ferramenta que permite aos estudantes integrarem-se na sociedade, pois a "Matemática serve de base ao desenvolvimento de uma cultura científica e tecnológica" (Ponte, 2003, p.12). Ponte (2003) defende que "a Matemática serve para promover o desenvolvimento das crianças e dos jovens, estimulando uma maneira de pensar importante para a vida social e para o exercício da cidadania." (p.13), ou seja, a matemática é um importante instrumento social.

NCTM (2005) afirma que "a necessidade de perceber e ser capaz de usar matemática no dia-a-dia e no local de trabalho nunca foi tão grande" (p.4) e destaca o desenvolvimento do RM, designando-o como essencial para compreender diversas situações matemáticas (NCTM, 2005). Tendo em conta esta realidade, compreende-se que devem existir mais propostas didáticas que envolvam a exploração das novas tecnologias e do RM de forma articulada e conjugada, em contexto da sala de aula.

Dada a escassez de estudos que envolvam recursos tecnológicos e capacidades de RM e, ainda, a importância atual da utilização de recursos tecnológicos, procurou-se desenvolver (construir, implementar e avaliar) atividades matemáticas para alunos do 6.º ano de escolaridade, em situação de AAE, com foco na exploração de *applets*.

Este estudo pode ser relevante para os professores de matemática em termos do desenvolvimento de práticas que integrem as tecnologias e apelem a capacidades de RM dos alunos. O estudo pode, ainda, ser pertinente na área de investigação matemática, pois pode servir de sugestão para outras investigações no âmbito da utilização de recursos tecnológicos no processo de aprendizagem da matemática. E ainda, dado os temas do estudo, pode sugerir a profissionais no terreno refletirem e/ou mudarem as práticas educativas utilizadas com os alunos.





## Capítulo 2 – Enquadramento Teórico

O presente capítulo exhibe o enquadramento teórico estruturado em três pontos: Educação Matemática no Ensino Básico, Raciocínio Matemático e Tecnologias na Educação Matemática.

### 2.1. Educação Matemática no Ensino Básico.

Vivemos numa sociedade que cada vez mais dá importância aos conhecimentos matemáticos. Como tal, a educação matemática tornou-se fundamental para o quotidiano. Das mais variadas profissões, como um simples lojista ou um médico, necessitam de realizar operações matemáticas, como a aritmética ou o raciocínio, estando, assim, a matemática sempre presente no dia-a-dia. Portanto, a educação desta deve ser encarada como algo que ajude os alunos a adquirirem certas competências essenciais e necessárias à realização pessoal, à cidadania ativa, à inclusão social e à empregabilidade (Agência de Execução relativa à Educação, ao Audiovisual e à Cultura, 2011). Além disso, as *Conclusões do Conselho sobre como preparar os jovens para o século XXI: uma agenda para a cooperação europeia em matéria escolar*, “consideram que a aquisição das competências de literacia e numeracia constituem a principal prioridade da cooperação europeia no domínio da educação.” (AEEAC, 2011, P. 7).

Neste seguimento, o Relatório Europeu da qualidade do ensino básico e secundário defende uma sólida formação em matemática que ofereça acesso a competências, como análise, lógica e raciocínio numérico. Também é imperativo “elaborar um método de ensino suscetível de garantir uma atitude positiva em relação à matemática” (Comissão Europeia, 2000). Na Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE) de 14 de outubro de 1986, Lei nº 49/2005, aprovada em 30 de agosto, também é salientado o desenvolvimento destas capacidades, por exemplo, o artigo 7º, alínea a), estabelece como um dos objetivos para o ensino básico:

*assegurar uma formação geral comum a todos os portugueses que lhes garanta a descoberta e o desenvolvimento dos seus interesses e aptidões, capacidade de raciocínio, memória e espírito crítico, criatividade, sentido moral e sensibilidade estética, promovendo a realização individual em harmonia com os valores da solidariedade social. (p. 5126)*

Além disso, aprender matemática é um direito básico e gratuito para todas as crianças e jovens e é importante garantir a igualdade de oportunidades no acesso e sucesso escolar (LBSE, 2005; Abrantes, Oliveira & Serrazina, 1999).

De acordo com Ponte (2002), a Matemática tem algo de essencial e fundamental a oferecer a todas as crianças e jovens. Proporcionar a todos os alunos experiências matemáticas genuínas deveria ser uma importante prioridade educativa no ensino da matemática.

*Não a Matemática autoritária, dos dogmas, dos anátemas, do certo e do errado, das humilhações e dos castigos, mas a Matemática das relações, das conexões, das intuições e das descobertas (uma matemática para todos, que possa respeitar as diferenças, os interesses e os ritmos de aprendizagem de cada jovem).* (Choupina, 2007, P.13).

Defendido pelo NCTM (2005), “existem provas que tornam claro que a maioria dos alunos não estão a aprender a matemática necessária e expectável” (p.5). De acordo com o mesmo documento, são várias as razões que justificam a realidade descrita, como por exemplo, o facto de os alunos não terem oportunidade de desenvolver aprendizagens matemáticas, do currículo não ser atrativo e dos alunos não terem compromisso com a escola/matemática. Neste sentido, reconhece-se uma necessidade de mudar e “consciencializar os alunos para a importância dos saberes matemáticos como instrumentos e formas de compreender e dominar a realidade” (Alves & Miranda, 2008, p.3).

O documento *Princípios e Normas para a Matemática escolar* (2005) do NCTM evidencia seis princípios que “descrevem as características de uma educação matemática de alta qualidade” (p. 11). Estes são:

- “O princípio da equidade”, na medida que todos os alunos devem ter uma educação matemática de excelência;
- “O princípio do currículo”, este deve ser coerente e focado na matemática importante e relevante para os alunos e também deve ser bem articulado com os outros anos letivos;
- “O princípio do ensino”, que defende que o método de ensinar matemática, começa por perceber o que os alunos sabem e precisam para apreender, para depois desafiá-los a pensarem e/ou ajudá-los, ou seja, os alunos devem aprender sob a supervisão de um professor empenhado e competente;

- “O princípio da aprendizagem” que pressupõe uma aquisição ativa de novos conhecimentos através da experiência e do conhecimento previamente adquirido;
- “O princípio da avaliação” que serve como apoio à aprendizagem e é uma útil fonte de informação para alunos e professores sobre a aprendizagem;
- “O princípio da tecnologia” em que a tecnologia é vista como uma ferramenta essencial para ensinar e aprender matemática e melhora a aprendizagem dos alunos.

O PMEB (MEC, 2013), refere algumas ideias semelhantes aos princípios partilhados anteriormente:

*Com base em investigação recente sobre o ensino da Matemática, adota-se uma estrutura curricular sequencial, que se justifica atendendo a que a aquisição de certos conhecimentos e o desenvolvimento de certas capacidades depende de outros a adquirir e a desenvolver previamente. Promove-se desta forma uma aprendizagem progressiva, na qual se caminha etapa a etapa, respeitando a estrutura própria de uma disciplina cumulativa como a Matemática (p.1).*

Mota (2014) cita Roldão (2009, p. 592) que define o currículo como um “corpo de saberes que se consideram necessários e cuja garantia de apropriação tem estado socialmente cometida à escola”. Canavarro (2003) afirma que “o conceito de currículo incorpora as influências políticas, sociais, culturais do contexto em que se desenvolve.” (p.116) e acrescenta que existem três grandes teorias do conceito de currículo: a teoria técnica (currículo é basicamente uma descrição dos resultados visados), a teoria prática (o currículo é visto como um guião a interpretar pelos professores) e a teoria crítica (o currículo é encarado como um costume/práxis). Para sintetizar, a autora suprarreferida afirma que, independentemente de qualquer posição que o professor possa adotar, existem três conceitos que a definição de currículo engloba simultaneamente: “um propósito, um processo e um contexto” (p. 117).

Existem vários documentos usados como orientação para os professores de matemática, como é o exemplo do NCTM (2005), mencionado anteriormente, que define o currículo como um dos seis princípios de uma educação matemática de alta qualidade. Relativamente a um bom currículo de matemática, foca-se as orientações do NCTM (2005), que assume que o currículo deve ser coerente, bem articulado e abranger conhecimentos e capacidades de matemática de forma transversal. Quanto aos conteúdos, os temas definidos são: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e

Análise de Dados e Probabilidades. No que respeita as capacidades define: Resolução de Problemas, Raciocínio e Demonstração, Comunicação, Conexões e Representações.

Em suma, reforça-se a ideia que “de todos os decisores curriculares, o professor é sem dúvida o mais determinante no desenvolvimento do currículo que põe em acção na sala de aula e, por isso, merece uma atenção especial.” (Canavarro & Ponte, 2003, p.6).

### **2.1.1. Currículo Português**

A matemática escolar atual é bastante diferente daquela que esteve presente até aos anos 80 (Canavarro, 2003). Dado a evolução da sociedade, nomeadamente com o surgimento de calculadoras e computadores, a educação matemática teve que acompanhar e adaptar-se. Como tal, nos últimos anos ocorreram mudanças no sistema educativo português. Para uma nova visão de matemática escolar, destacam-se as normas (acima apresentadas) do NCTM para um ensino de qualidade.

Atualmente em Portugal, existem dois documentos orientadores do que deverá ser a educação matemática no ensino básico: as Metas Curriculares de Matemática - Ensino Básico (MEC, 2012) e o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) que foram juntados e homologados em 2013.

O documento Metas Curriculares de Matemática – Ensino Básico (MEC, 2012) está planificado consoante os diferentes níveis de escolaridade, desde o 1.º ano ao 9.ºano, e descreve o conjunto de metas curriculares de matemática que os alunos devem atingir em cada ano. Para cada ano escolar são apresentados os diferentes domínios, seguidos dos respetivos subdomínios, objetivos gerais e descritores. Ainda relativo ao documento, destacam-se os “temas transversais (...), como a Comunicação ou o Raciocínio Matemático” como sendo “capacidades estruturais indispensáveis ao cumprimento dos objetivos elencados, estando contemplados neste documento de forma explícita ou implícita em todos os descritores.” (MEC, 2012, p.2). Em concordância com este documento, foram ainda disponibilizados aos professores, cadernos de apoio para cada ciclo de ensino, contendo suporte teórico e exemplos de concretização e aplicação destes.

Sobra as Metas Curriculares para o Ensino Básico - Matemática, a Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM) e a Associação de Professores de Matemática (APM) redigiram um parecer em que demonstravam o seu descontentamento com o mesmo documento. O parecer da SPIEM (2012) veio, por esse meio, pedir ao MEC que retire a proposta de Metas Curriculares para o Ensino Básico –

Matemática, uma vez que “as metas propostas refletem globalmente uma concepção pobre e redutora do que é a Matemática e do que os alunos devem aprender sobre Matemática” (p.1), como também são “inconsistentes com o Programa de Matemática em vigor” (p.1). O parecer da APM (2012) veio, também, concordar que as Metas Curriculares são “uma proposta inoportuna e a muitos títulos desadequada” (p.1.) e que “os objetivos gerais do programa não têm qualquer relação com os objetivos apelidados de gerais no documento das metas curriculares.” (p.2). Para colmatar estas divergências, entre os dois documentos, o Programa de Matemática foi homologado em 2013.

O programa homologado em 2013 começa com uma breve introdução declarando que neste documento está “claramente estabelecido quais os conhecimentos e as capacidades fundamentais que os alunos devem adquirir e desenvolver” (PMEB, 2013, p.1). Posteriormente, são elencadas três finalidades do ensino da matemática: a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade. Em seguida, são enunciados os objetivos por cada ciclo de ensino, que traduzem o que os alunos devem demonstrar em cada ciclo. Ainda referente aos objetivos, o mesmo documento enuncia capacidades que devem ser trabalhadas, desde o nível mais elementar de escolaridade, como também devem ser transversais ao longo dos anos escolares: aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos; construção e desenvolvimento do raciocínio matemático; comunicação Matemática (oral e escrita); resolução de problemas em diversos contextos; e uma visão da Matemática como um todo coerente. Depois, são apresentados, em articulação com os domínios desejáveis, os conteúdos organizados por ciclo e ano de escolaridade. No que concerne ao 2.º Ciclo, os domínios de conteúdos são quatro: Números e Operações, Geometria e Medida, Álgebra e Organização e Tratamento de Dados. Por fim, surgem pontos informativos sobre os níveis de desempenho, metodologias para os professores, a avaliação e finalmente a bibliografia.

## **2.2. Raciocínio Matemático.**

No que refere ao desenvolvimento do RM, este é apontado, desde há muito, como um objetivo central do ensino e da aprendizagem da Matemática. É através do raciocínio que conseguimos compreender diversas situações/desafios matemáticos(as), estabelecendo relações e analisando problemas com diversos pontos de vista, ou seja, transformar as ideias iniciais em conjecturas. Com isto, é necessário insistir no desenvolvimento de RM de forma consistente (NCTM, 2005; ME, 2013). Assim, neste

ponto, pretendo realizar uma caracterização e definição do Raciocínio Matemático e apontar algumas estratégias para a promoção deste.

### **2.2.1. Caracterização do RM.**

Começo por destacar que a capacidade de raciocinar é algo “essencial para entender matemática” (NCTM, 2005, p. 56). Desta forma, é importante perceber o que se compreende por RM para ajudar os alunos a mobilizá-lo e desenvolvê-lo da melhor forma nas aulas de matemática (Mota, 2014). No entanto, são muitos os autores que exibem diferentes formas, modos de caracterizar e desenvolver o RM. Por exemplo, Oliveira (2008) citado por (Ponte, Mata-Pereira & Henriques, 2012) considera a expressão RM como “um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio)” (Ponte, Mata-Pereira & Henriques 2012, p. 2). Contudo, a definição de “raciocínio” não é muito clara, “tornando-se numa palavra polissêmica” (Beirão, 2012, p. 16). Para auxiliar esta ideia, Beirão (2012) citou:

*É complicado escrever sobre raciocínio em Matemática, porque o termo raciocínio, tal como compreensão, é amplamente usado tendo subjacente a hipótese implícita de que há acordo universal sobre o seu significado.*

*(...) Na realidade a maior parte dos matemáticos e educadores matemáticos usam o termo sem o clarificarem. A ênfase no raciocínio matemático em todos os níveis de escolaridade atrai a atenção para a argumentação matemática e justificação. (Yackel & Hanna, 2003, p. 56)*

Um pouco por todo o mundo, o RM é considerado importante e fundamental para se compreender a matemática, porém não existe nenhuma definição concreta do que realmente é. Deste modo, existem algumas perspectivas, defendidas por vários autores, sobre a definição de RM.

De acordo com perspectiva de Susan Russell (1999), o RM está relacionado com o que pensamos sobre as propriedades dos objetos matemáticos, justificando-as e obtendo generalizações e proporcionando, assim, um desenvolvimento do conhecimento matemático num certo domínio deste. (Almeida, 2012; Mota, 2014)

Ponte, Mata-Pereira & Henriques (2012) indicam uma perspectiva lógica do RM, defendida por Aliseda (2003) que “identifica raciocínio matemático com inferência dedutiva, caracterizada pela certeza e pela monotonicidade, ou seja, pela existência de uma relação necessária entre premissas e conclusão e pela irrefutabilidade das conclusões” (p.2).

Já numa perspetiva científica, Oliveira (2002) estudou o RM e defende quatro tipos de raciocínio: (i) indução; (ii) dedução; (iii) abdução; e (iv) transformação (Ponte, Mata-Pereira & Henriques, 2012).

O raciocínio indutivo, é caracterizado pela "observação e análise de particularizações ou casos particulares de um fenómeno matemático e procura a sua generalização através do *design* de múltiplas conjeturas, chegando a descobertas inesperadas" (Cabrita et al., 2010, p.20).

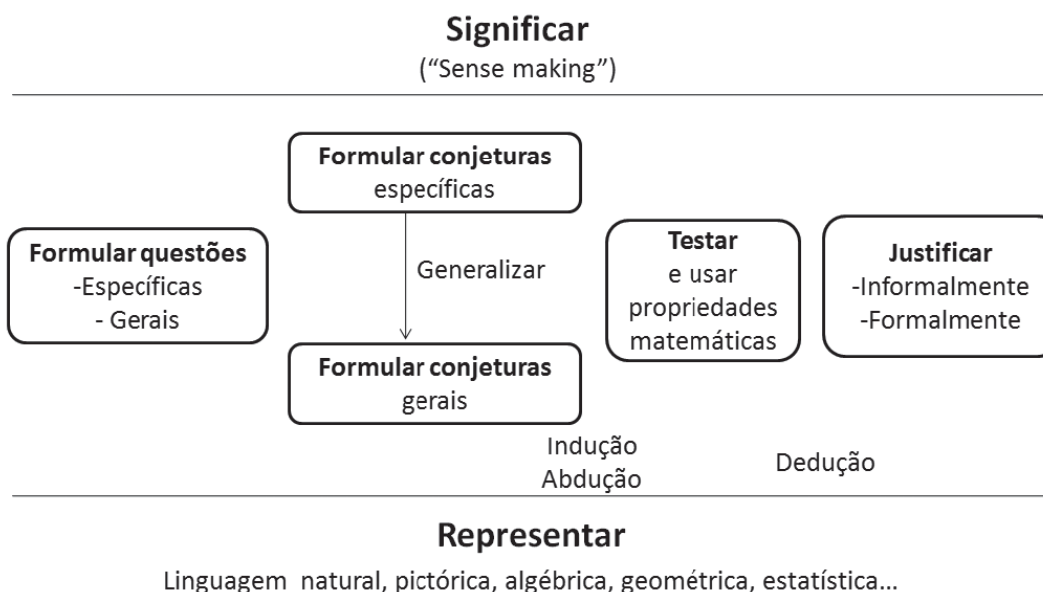
Já o raciocínio dedutivo define-se pela ideia contrária ao raciocínio indutivo, ou seja, ocorre quando se parte de um princípio ou lei geral e se consegue chegar a uma conclusão inserida nas premissas, isto é, verifica-se se "as hipóteses das novas premissas se adequam a uma lei geral" (Cabrita et al., 2010, p.21).

Quanto ao raciocínio abdutivo, este consiste em formular hipóteses através de um fenómeno já observado (Cabrita et al., 2010).

Por último, o raciocínio por transformação consiste na "manipulação de objetos com o intuito de encontrar uma explicação ou validação de conhecimento a partir de imagens" (Mota, 2014, p.18).

A figura 1 apresenta um quadro conceptual para a análise do raciocínio acima apresentado. O raciocínio indutivo apresenta-se sobretudo na formulação de conjeturas gerais a partir de casos específicos e o raciocínio dedutivo "ocorre principalmente nos processos de justificação" (Ponte, Mata-Pereira & Henriques, 2012, p. 4).

**Figura 1** - Quadro conceptual para o estudo do Raciocínio Matemático  
(retirado de HENRIQUE, MATA-PEREIRA e PONTE, 2012).





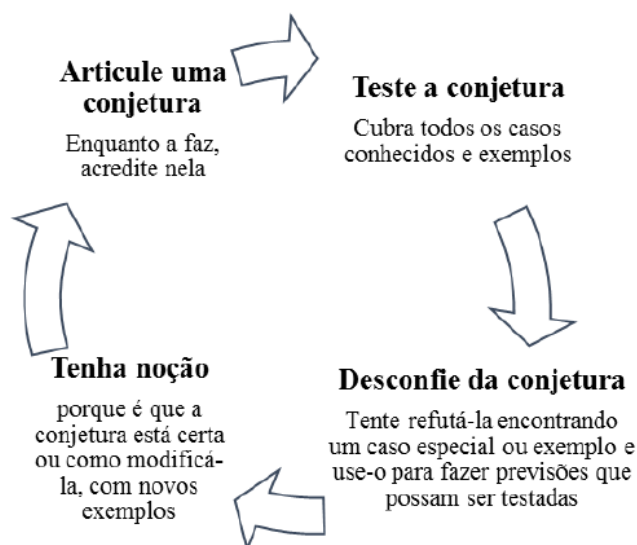
Por fim, destaca-se o NCTM (2005) que caracteriza o RM como uma componente fundamental da matemática, em que os alunos têm de raciocinar e pensar analiticamente ao detetar padrões, formular e testar conjecturas e explicar processos.

A maioria dos autores que defendem o RM esclarecem que a formulação de conjecturas e o respetivo teste torna-se fundamental para desenvolver a capacidade de raciocinar.

Relativamente às conjecturas, (Mason, Burton & Stacey, 2010) define-as como uma afirmação que parece razoável, mas cuja veracidade ainda não foi comprovada. Os mesmos autores defendem, ainda, que o pensamento de conjecturar está no centro do pensamento matemático e que nem todas as conjecturas são verdadeiras, por isso a necessidade de investigar sempre a sua verdade, ou seja, testá-las.

Em seguida, na figura 2, apresenta-se o processo cíclico de formular conjecturas elaborado por Mason, Burton & Stacey (2010), que começa pela formulação de conjecturas, teste das mesmas, validação e por fim a reformulação (quando necessário):

**Figura 2** - Diagrama sobre o ciclo de conjecturas (adaptado de Mason, Burton & Stacey, 2010).



No que concerne à capacidade de explicar, Boavida e Menezes (2012) explicam que “em Matemática não raciocinamos apenas quando provamos algo” também raciocinamos quando procuramos “explicar a coerência entre o que se aceita como válido e as suas consequências” (p. 289).

Para finalizar este tópico, clarifica-se que o RM é uma operação cognitiva que abrange o uso de várias capacidades de pensamento como explicar, testar, argumentar e/ou demonstra procedimentos matemáticos, de forma a que o sujeito consiga esclarecer-se a si próprio sobre os procedimentos a seguir, bem como esclarecer os outros sobre esses mesmos processos. Neste trabalho optou-se por apelar às capacidades enunciadas: formular conjecturas, testar conjecturas e explicar procedimentos.

### **2.2.2. Promoção do RM**

Em Portugal, o programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013) apresenta o RM como uma capacidade transversal a desenvolver ao longo da escolaridade, salientando o papel de raciocínio hipotético-dedutivo deste. O mesmo documento afirma, ainda, que os alunos desde cedo “devem ser capazes de estabelecer conjecturas” e também serem “incentivados a justificá-las à posteriori” (p.4). Estas ideias são, também, correspondidas pelo NCTM (2005), onde é recomendado que, ao longo da escolaridade, todos os alunos devam capacitar-se de:

- Reconhecer o raciocínio matemático e a demonstração como aspetos fundamentais da matemática;
- Formular e investigar conjecturas matemáticas;
- Desenvolver e avaliar argumentos e demonstrações matemáticas;
- Selecionar e usar diversos tipos de raciocínio e métodos de demonstração (p. 56).

Posto isto, o professor assume um papel importante no desenvolvimento do RM dos alunos, pois “deve propor, frequentemente, a realização de atividades que exijam refletir e raciocinar, com o intuito de ajudar os alunos a valorizar e a usar o poder do raciocínio matemático” (Semana & Santos, 2008).

Relativamente ao RM, o PMEB clarifica que este “é por excelência o raciocínio hipotético-dedutivo, embora o raciocínio indutivo desempenhe também um papel fundamental, uma vez que preside na Matemática à formulação de conjecturas” (MEC, 2013, p.4). Quanto ao processo de conjecturar, o mesmo documento (MEC, 2013) defende que “os alunos devem ser capazes de estabelecer conjecturas, em alguns casos, após a análise de um conjunto de situações particulares” (p.4). Neste sentido, o professor deve formular questões como “O que achas que vai acontecer a seguir? Qual é o padrão? Isto é sempre verdade ou só algumas vezes?” (NCTM, 2005, p. 57). “Os alunos precisam de saber as limitações do seu raciocínio indutivo, bem como as suas possibilidades” (NCTM, 2005, p. 265).

Após a formulação de conjecturas os alunos devem testá-las e validá-las. Com isto, o professor deverá ajudar os alunos a perceberem se o seu raciocínio foi indutivo ou dedutivo, incentivando os alunos a testarem as suas conjecturas a todos os casos ou a investigarem contraexemplos (NCTM, 2005).

Para conhecer minimamente o RM, Pereira e Ponte (2008) afirmam que “é necessário que os alunos o comuniquem, o que só é possível através de diferentes representações” (p. 2-3). O professor tem um papel importante no desenvolvimento destas capacidades e, neste sentido, devem estimular os alunos de forma a que expliquem a linha de pensamento (procedimentos/pensamentos) que utilizaram para chegarem a uma conclusão/conjetura (NCTM, 2005).

Em suma, os professores devem criar momentos de discussão e reflexão nas suas aulas, questionando sempre os seus alunos. Como exemplo, o NCTM (2005) propõe as seguintes questões, quando os alunos justificam as suas conjecturas “Por que é que pensas que isto é verdade?, Alguém aqui acha que a resposta é diferente, porquê?” (p.56).

O RM deve ser incentivado na sala de aula pelos professores de matemática, de forma a integrá-lo em todos os domínios programáticos e em todos os anos de escolaridade. Para finalizar, o NCTM (2005) defende que as capacidades de RM devem ser trabalhadas frequentemente e de uma forma adequada.

### **2.3. Tecnologias na Educação Matemática**

No decorrer dos últimos tempos, têm existido muitas mudanças e desenvolvimentos na sociedade, mudanças essas a nível social, económico, científico e tecnológico. “Vivemos numa época de extraordinárias e aceleradas mudanças” (NCTM, 2005, p. 4) e com isso os “indivíduos devem estar preparados para assumirem uma postura interveniente, construtiva e crítica que permita melhorar a qualidade do mundo em que vivemos.” (Almeida, 2012, p.1).

As tecnologias têm assumido um papel importante nos dias de hoje, uma vez que “constituem uma linguagem de comunicação e um instrumento de trabalho essencial do mundo de hoje que é necessário conhecer e dominar” (Ponte, 2002, p. 2). Da mesma forma que “a necessidade de compreender e ser capaz de usar a matemática no quotidiano e local de trabalho nunca foi tão grande”. (NCTM, 2005, p. 4). Assim as tecnologias e a matemática são duas áreas fundamentais para “sobreviver” na sociedade atual, na qual estas devem ser interligadas.

Choupina (2007) cita o NCTM (1991) “como a sociedade muda, também as escolas devem transformar-se” (p. 13), afirma-se, então, que é fundamental a educação acompanhar estas ditas mudanças na sociedade. Assim sendo, torna-se essencial que as tecnologias andem de braço dado com a educação desde o início da formação de um indivíduo, uma vez que representam um suporte do desenvolvimento humano em numerosas dimensões, designadamente de ordem pessoal, social, cultural, lúdica, cívica e profissional (Ponte, 2002).

“A educação desempenha um papel fundamental no desenvolvimento da inteligência porque é através da educação que aprendemos a utilizar os instrumentos culturalmente desenvolvidos que amplificam as nossas capacidades” (Nunes, Campos, Magina, & Bryant, 2005, p.18), instrumentos esses que, nos dias de hoje, podem ser as tecnologias e, assim, ajudar o homem a desenvolver as suas capacidades através deles.

As tecnologias e a Matemática podem relacionar-se e serem faladas como uma ciência, pois “a evolução tecnológica e as crescentes aplicações a diferentes áreas têm originado uma evolução enorme da matemática.” (Silva, Veloso, Porfírio & Abrantes, 1999). Sobre essa relação e fazendo uma retrospectiva histórica, verifica-se que a matemática esteve sempre relacionada com as tecnologias de cada época (Ponte, 1995).

A Associação de Professores de Matemática (2001) defende que as ferramentas tecnológicas devem ser integradas de forma consistente nas atividades letivas, proporcionando aos alunos verdadeiras e significativas aprendizagens matemáticas (p.24). Ponte (2002) concorda e afirma que as novas tecnologias são elemento necessário e integrante do ambiente de aprendizagem, já que elas “podem apoiar a aprendizagem de conteúdos e o desenvolvimento de capacidades específicas, tanto através de *software* educacional como de ferramentas de uso corrente” (p.2). Mas, apesar das potencialidades das tecnologias na educação, cabe aos professores saber usá-las em aula e quais os melhores momentos para tal:

*“Colocam desafios irrecusáveis à actividade educativa dada a sua possibilidade de proporcionar poder ao pensamento matemático e estender o alcance e a profundidade das aplicações desta ciência. Trata-se de poderosas ferramentas intelectuais, que permitem automatizar os processos de rotina e concentração a nossa atenção no pensamento criativo. Mas estas tecnologias não ensinam por si só. Cabe ao professor um papel decisivo na organização das situações de aprendizagem.” (Ponte, 1995, p.1)*

Salienta-se a importância das novas tecnologias estarem “o mais possível presentes na formação inicial de professores”, uma vez que estes devem estar formados

e preparados “para além do seu domínio instrumental” (Ponte, 2002, p.9). Assim, as novas tecnologias também criam novos desafios aos professores.

Ponte, Oliveira & Varandas (2003) defendem que as novas tecnologias, proporcionam atividades de aprendizagem mais significativas ao ensino da matemática e, assim, contribuem para que os alunos aumentem o seu gosto pela matemática. O que torna as tecnologias um bom aliado dos professores.

### **2.3.1. Applets**

Neste tópico aborda-se um dos recursos tecnológicos disponíveis aos professores, e que foi utilizado no presente estudo: as *applets*.

Atualmente, vivemos num “novo momento tecnológico, em que as redes digitais (...) e, principalmente, a internet exercem um papel social fundamental” (Kensi, 2008, p.46)

Hoje em dia a *Internet* disponibiliza inúmeros recursos relativos à área da matemática, o que possibilita ao professor escolher o que mais se adequa para utilizar em sala de aula. Apesar dos inúmeros recursos disponíveis, os alunos podem navegar pela *internet* de forma errada, sem “leme, nem bússola”, portanto, cabe aos professores escolherem o que mais se adequa aos alunos, possibilitando, assim, desenvolver capacidades e conhecimentos por parte dos alunos (Neto, 2006).

Deste modo, a *internet* constitui-se uma importante ferramenta para trabalhar dentro da sala de aula e nela estão presentes recursos para tal, como é o caso de aplicações interativas, nomeadamente as *applets*.

As *applets* são aplicações informáticas de tamanho reduzido que se caracteriza por ser executada no contexto de outras aplicações. Podem ser desenvolvidas com recurso a linguagens de programação como *Java* ou *JavaScript* e são, normalmente, disponibilizadas em páginas HTML (*web*) e executadas no contexto de um *browser*.

Segundo Santos (2008) e Andrade (2014), as *applets* apresentam outras vantagens, como a hipótese de estas realizarem animações interativas com o utilizador, não precisarem de serem instaladas no computador dos utilizadores e não correrem o risco de serem alteradas pelos utilizadores.

Dado as suas vantagens, existem inúmeras *applets* dirigidas para o ensino e aprendizagem da matemática e que podem ser encontradas na *internet*.

Figueiredo e Palha (2005), citado por Oliveira (2014) destacam as potencialidades das *applets* no ensino da matemática:

*Este tipo de recursos permite trabalhar os conceitos matemáticos de uma forma diferente, estimulante para os alunos, possibilitando a diferenciação na sala de aula. De facto, o carácter interactivo destes applets, aliado a um contexto de resolução de problemas, onde não é o professor mas o computador, ou o próprio aluno com ajuda do computador, a validar as respostas, cria um ambiente onde o aluno se sente à vontade para arriscar, experimentar e explorar, sendo convidado a analisar as suas tentativas. (p. 17).*

Os autores suprarreferidos também realçam a facilidade e interatividade de trabalhar com as *applets*.

Quanto à escolha das *applets* a serem trabalhadas em sala de aula pelos alunos, implica um trabalho prévio por parte do professor, verificando se estas são adequadas aos conteúdos que se quer trabalhar (Oliveira, 2014).

## **Capítulo 3 – Metodologia**

No presente capítulo apresenta-se a metodologia do estudo. Começa-se por explicitar a natureza da investigação, seguida da caracterização do contexto educativo de intervenção. Posteriormente, faz-se a descrição do estudo, dando conta do desenvolvimento das atividades. Por fim, referem-se as técnicas e instrumentos de recolha de dados, bem como o tratamento dos dados.

### **3.1. Natureza da investigação**

A presente investigação desenvolveu-se num ambiente de sala de aula, em situação de AAE, numa turma de 6.º ano de escolaridade. Decorrente da finalidade, dos objetivos e das questões de investigação, o estudo insere-se numa abordagem qualitativa seguindo um design de estudo de caso.

Nas ultimas décadas, abordagens de natureza qualitativa têm vindo a ganhar popularidade nas investigações em educação. A investigação qualitativa segundo Bogdan e Biklen (1994) apresenta cinco características: (1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural em que o investigador é o principal instrumento na recolha de dados; (2) os dados que o investigador recolhe são essencialmente de natureza descritiva; (3) o investigador interessa-se mais pelo processo em si do que pelos resultados; (4) a análise dos dados é feita de forma indutiva com comparação constante; e (5) o investigador interessa-se por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências. Os mesmos autores defendem a realização de uma abordagem qualitativa em investigação, quando se pretende recolher dados em ambiente natural, descrever as situações vividas pelos intervenientes e interpretar os significados que estes lhes podem atribuir.

Na mesma linha de pensamento, Pacheco (1993), citado por Mota (2014), acrescenta, ainda, que neste tipo de estudo, “não se aceita a uniformização dos comportamentos, mas a riqueza da diversidade individual” (p.23).

O presente estudo em educação insere-se numa investigação de carácter qualitativo, visto que decorreu em contexto real e natural de sala de aula, com um pequeno grupo de alunos reais, em que a professora estagiária investigadora foi o principal agente de recolha de dados.

O estudo de caso define-se como “a procura de uma compreensão holística do modo de funcionamento de uma ou de várias organizações concretas” (Sarmiento, 2011,

p.2); ou então, como “uma investigação empírica que investiga um fenómeno contemporâneo dentro do seu contexto real de vida, especialmente quando as fronteiras entre o fenómeno e o contexto não são absolutamente evidentes” (Yin, 1994, p.24).

Amado (2013) apoia-se em Hamel (1998), Stake (2007) e Yin (1989) e apresenta as características que melhor definem esta estratégia: “a focagem dos fenómenos ou realidades a estudar dentro de um contexto determinado (social, cultural, institucional, temporal, espacial, etc.), e, por outro lado, o objetivo de explicar/compreender o que lhe é específico e, de algum modo, determinado pelo contexto em causa”.

Para Ponte (1994) e Yin (1994), o estudo de caso é uma investigação baseada num conjunto de características: esta foca-se no trabalho de campo, onde se estuda uma pessoa, um programa, uma instituição, um sistema educativo ou uma unidade social, todos no seu ambiente real; pretende conhecer a fundo os seus “como” e os seus “porquês”; estuda casos específicos que se supõem ser únicos em alguns aspetos, tentando descobrir o essencial e mais característico do caso; utilizam-se entrevistas, observações, documentos e questionários para a recolha e análise de dados.

Yin (1994) destaca que este tipo de investigação é utilizada quando não se consegue controlar os acontecimentos e, dessa forma, também não se consegue controlar o comportamento dos participantes.

Como já mencionado, a metodologia adotada nesta investigação foi o estudo de caso, dado que se pretendia estudar (analisar e refletir), de forma intensiva e pormenorizada, uma entidade definida: um grupo de alunos em contexto real de sala de aula. Em suma, nesta investigação, o caso de estudo, é um grupo constituído por 21 alunos da turma A do 6.º ano de escolaridade de um estabelecimento de ensino privado, que frequentavam as AAE de matemática.

### **3.2. Caracterização do contexto de intervenção: Escola e participantes no estudo**

As informações que são apresentadas neste ponto, que caracteriza o contexto onde decorreu o estudo e os seus participantes, foram recolhidas em várias fontes, como Projeto Educativo (2014-2017), Regulamento Interno (2015-2016), Plano Anual de Atividades e Formação (2015-2016) e ainda retiradas através da observação direta, complementadas com informações fornecidas pelos professores cooperantes.

O estudo foi realizado no âmbito da Unidade Curricular de Prática Pedagógica Supervisionada B2 (PPS B2), do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico. O seu desenvolvimento teve lugar num estabelecimento de ensino privado de Ensino Pré-Escolar, Básico e Secundário, do concelho de Aveiro.



Relativamente às instalações do estabelecimento, este insere-se num grande espaço ajardinado e arborizado, composto por dois edifícios, com três pisos cada, um polivalente, uma oficina de mecânica e, ainda, um campo de jogos e parque infantil, ao ar livre. O primeiro edifício engloba a zona dos serviços administrativos, Direção Pedagógica, papelaria/reprografia, sala dos professores e formadores, dormitórios, salas do pré-escolar, sala de atividades de tempos livres (ATL) do 1.ºCEB, sala de atendimento aos pais/encarregados de educação, salas de aula do 1.ºCEB, biblioteca/mediateca escolar, sala de informática, salas de aula do 2.º e 3.º CEB, instalações sanitárias, gabinete de Serviços de psicologia e Orientação e uma sala específica para os alunos de Educação Especial. O segundo edifício reúne o bar, refeitório, uma sala de vestiário para o pessoal não docente, balneários, salas de Educação Visual e Tecnológica, instalações sanitárias, uma sala de material de Educação física, sala de Educação Musical, laboratório de ciências, sala de informática, um gabinete de trabalho e salas de aula. O polivalente trata-se de um espaço amplo com um palco, que estabelece ligação física entre o primeiro e segundo edifício.

No que diz respeito ao corpo docente, este é constituído por 42 pessoas, que vão desde educadoras de infância, professores do 1.º CEB, professores do Departamento Curricular de Línguas, professores do Departamento Curricular de Ciências Exatas, professores do Departamento curricular de Ciências Sociais e Humanas e professores do Departamento de Expressões. O pessoal não docente, por sua vez, é composto por 30 elementos, desde assistentes administrativos, ajudantes de cozinha, assistentes de ação educativa, escriturários, motoristas e psicólogas.

Cada turma tem uma sala de aula exclusiva, pelo que não se verifica uma rotação pelas diferentes salas, a não ser as salas para atividades específicas.

As atividades implementadas no âmbito deste estudo decorreram durante as Aulas de Apoio ao Estudo (45 minutos), na sala de aula da turma em questão (sala 12) e na sala de informática (sala 34), pois, na maioria das atividades, os alunos necessitavam de ter acesso a computadores com ligação à *internet*. No que diz respeito aos recursos/equipamentos da sala 12, esta possui: dois placares de cortiça, para fixação de trabalhos e documentos; um computador com ligação à *internet* e colunas; um quadro interativo; um pequeno quadro negro; um caixote do lixo; um armário; um aplicativo de cabides para os alunos. Quando à disposição da sala, esta contém 16 mesas arranjadas em filas, em que a maioria eram ocupadas por alunos e, ainda, a mesa do professor, onde estão o computador e as colunas. Os alunos sentam-se a pares e alguns individualmente, conforme o lugar destes nas restantes disciplinas. Saliento que os

alunos ocupam os mesmos lugares em todas as disciplinas, pois estes são definidos pelos docentes e diretor de turma em reuniões de conselho de turma.

Relativamente aos recursos/equipamentos da sala de informática, esta possui: um quadro branco, um projetor, um armário, uma mesa do professor e 13 computadores com colunas e ligação à *internet*. A disposição desta sala era composta por 11 mesas organizadas em U e uma mesa no centro da sala (mesa do professor).

Como as atividades foram implementadas em situação de AAE, os participantes do estudo eram alunos da turma do 6.º ano de escolaridade, em que decorreu a PPS B2 à disciplina de Matemática. O grupo é composto por 21 alunos, sendo 16 do género feminino e 5 do género masculino. No início do ano letivo 2015/2016, as suas idades variavam entre os 10 e 12 anos, como se evidencia no seguinte quadro.

**Quadro 1** - Distribuição dos alunos por idade e género.

Género	Idade			Total
	10 anos	11 anos	12 anos	
Feminino	7	9	0	16
Masculino	3	1	1	5

Relativamente à residência dos alunos, 18 residem no concelho de Aveiro, dois no de Ílhavo e um em Oliveira do Bairro.

### **3.3. Descrição do estudo**

Neste ponto descreve-se o processo de desenvolvimento das atividades, de acordo com a finalidade, as questões e os objetivos de investigação.

#### **3.3.1. Seleção, adaptação e produção das atividades**

Tendo em conta a finalidade da presente investigação, foi necessário selecionar, adaptar e produzir atividades que respeitassem os seguintes critérios:

- Adequadas ao 6.º ano de escolaridade;
- Potencialmente promotoras do raciocínio matemático;
- Envolvessem o manuseamento/exploração de *applets*

Dados estes critérios, e a intervenção ocorrer em situação de AAE, a escolha do domínio a focar nas atividades respeitou a planificação anual da disciplina de matemática, para o intervalo de tempo coincidente com a realização da PPS B2. Assim, o

domínio selecionado foi GM, a propósito do qual, começou por ser feita uma pesquisa, tanto em termos de atividades, como de *applets*.

Dados os objetivos do estudo, era necessário desenvolver atividades matemáticas com o foco na exploração de *applets*, que visassem o RM, portanto foi necessária uma pesquisa em diversas fontes, como livros, dissertações artigos, sites. Assim, foram selecionadas algumas questões de provas do *Programme for International Student Assessment* (PISA) de 2000, 2003, 2006 e 2012 e *applets* online de fácil manuseamento, retirados do site do NCTM (<http://illuminations.nctm.org/>). As questões selecionadas do PISA sofreram algumas reformulações com o intuito de se adequarem aos critérios enunciados anteriormente e que coincidissem com o Programa e Metas Curriculares de Matemática no 6.º ano de escolaridade.

Relativamente às *applets* selecionadas, foram criadas atividades matemáticas, de forma a serem exploradas capacidades de RM e conhecimentos de GM. Saliento que, até à versão final de cada atividade, surgiram várias versões sucessivamente corrigidas, reformuladas e melhoradas, tendo em conta os objetivos pretendidos e as observações da Professora Orientadora.

Para garantir que as atividades apelassem a capacidades de RM, foi adaptado um referencial teórico de Mota (2014), que explicita e clarifica cada uma das capacidades de RM trabalhadas neste estudo.

**Quadro 2** - Capacidades de Raciocínio Matemático.

<b>Capacidades de RM</b>	
<b>A. Formular Conjeturas</b>	Pensar em suposições, isto é, afirmações plausíveis, para responder a determinadas perguntas, cuja veracidade precisa de ser provada (NCTM, 2008; Mason, Burton & Stacey, 2010).
<b>B. Testar conjeturas</b>	Experimentar todos os casos possíveis da conjetura para verificar a sua veracidade (Mason, Burton & Stacey, 2010).
<b>C. Explicar procedimentos</b>	Conceber um discurso que torne compreensível ao outro procedimentos matemáticos realizados (Balacheff, 1982; Yackel, 2001).

O quadro seguinte resume as atividades produzidas, explicitando a sua designação, domínio, subdomínio e objetivos subjacentes, tendo em consideração documentos de orientação curricular em vigor para a disciplina de matemática no 6.ºano de escolaridade.

**Quadro 3 - Domínio temático, subdomínio e objetivos específicos de cada atividade.**

Atividade	Domínio temático	Subdomínio	Objetivos específicos
1. Teste inicial	Geometria e Medida	Sólidos geométricos e propriedades: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prismas;</li> <li>• Planificações de sólidos;</li> <li>• Problemas envolvendo sólidos geométricos e respectivas planificações;</li> </ul> Medidas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Áreas;</li> <li>• Volumes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar sólidos através de representações da respetiva planificação;</li> <li>• Resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações;</li> <li>• Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas;</li> <li>• Identificar sólidos através da sua representação num contexto;</li> <li>• Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma triangular reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura;</li> <li>• Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos.</li> </ul>
2. Explorando sólidos geométricos		Sólidos geométricos e propriedades: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prismas; prismas oblíquos e regulares;</li> <li>• Pirâmides;</li> <li>• Bases, faces laterais e vértices de prismas e pirâmides;</li> <li>• Pirâmides regulares;</li> <li>• Relação entre o número de arestas e de vértices de um prisma (ou pirâmide) e da respetiva base;</li> <li>• Relação de Euler;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer propriedades dos sólidos geométricos como as arestas, os vértices e as faces (bases e faces laterais).</li> <li>• Reconhecer que o número de arestas de um prisma é o triplo do número de arestas da base e que o número de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da base.</li> <li>• Reconhecer que o número de vértices de um prisma é o dobro do número de vértices da base e que o número de vértices de uma pirâmide é igual ao número de vértices da base adicionado de uma unidade.</li> <li>• Reconhecer que a relação de Euler vale em qualquer prisma e qualquer pirâmide</li> <li>• Identificar sólidos através de representações em perspetiva num plano.</li> </ul>
3. Explorando planificações de sólidos geométricos		Sólidos geométricos e propriedades: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Planificações de sólidos;</li> <li>• Problemas envolvendo sólidos geométricos e respectivas planificações.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações.</li> </ul>
4. Explorando áreas		Medidas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Áreas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas de polígonos.</li> </ul>
5. Explorando Volumes		Medidas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Volumes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos.</li> </ul>
6. Teste final		Sólidos geométricos e propriedades: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prismas;</li> <li>• Planificações de sólidos;</li> <li>• Problemas envolvendo sólidos geométricos e respectivas planificações;</li> </ul> Medidas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Áreas;</li> <li>• Volumes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar sólidos através de representações da respetiva planificação;</li> <li>• Resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações;</li> <li>• Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas;</li> <li>• Identificar sólidos através da sua representação num contexto;</li> <li>• Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma triangular reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura;</li> <li>• Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos.</li> </ul>

O quadro seguinte apresenta a designação, descrição e URL das *applets* inerente a cada atividade produzida:

**Quadro 4 - Applet explorado em cada atividade.**

Atividades	Applet		URL
	Designação	Descrição	
<b>Explorando sólidos geométricos</b>	<i>Geometric Solids</i>	Esta <i>applet</i> permite visualizar e manipular imagens tridimensionais de sólidos geométricos.	<a href="http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3521">http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3521</a>
<b>Explorando planificações de sólidos geométricos</b>	<i>Cube Nets</i>	Esta <i>applet</i> serve para descobrir todas as planificações que o cubo pode ter.	<a href="https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3544">https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3544</a>
<b>Explorando áreas</b>	<i>Cubes</i>	Esta <i>applet</i> permite-te criar, visualizar e manipular planificações de alguns prismas.	<a href="http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4095">http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4095</a>
<b>Explorando Volumes</b>	<i>Cubes</i>	Esta <i>applet</i> permite-te criar, visualizar e manipular planificações de alguns prismas.	<a href="http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4095">http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4095</a>

No quadro que se segue explicitam-se as capacidades de RM focadas em cada questão das várias atividades produzidas:

**Quadro 5** - Capacidades de RM focadas em cada questão das várias atividades.

	Questão	Capacidades de RM		
		A.	B.	C.
<b>Atividade 1</b> “Ficha Inicial”	1.1.			
	1.2.			x
	2.1.	x		
	2.2.		x	
	3.1.			
	3.2.			
	3.3.			x
<b>Atividade 2</b> “Explorando sólidos Geométricos “	1.1.	x		
	1.2.		x	
	2.1.	x		
	2.2.			x
	2.3.		x	
<b>Atividade 3</b> “Explorando planificações do cubo”	1.	x		
	2.			x
	3.		x	
	3.1.	x		x
	4.		x	
	5.			
<b>Atividade 4</b> “Explorando áreas e volumes I”	1.1.			
	1.2.			
	2.			
	3.			
	4.			x
<b>Atividade 5</b> “Explorando áreas e volumes II”	1.1.			
	1.2.			
	1.3.			
	1.4.	x		
	1.5.			x
	1.6.		x	
	2.1.			
	2.2.			
	2.3.			
	2.4.	x		
	2.5.			x
	2.6.		x	
	3.1.			x
<b>Atividade 6</b> “Teste Final”	1.1.	x		
	1.2.			x
	2.1.	x		
	2.2.		x	
	3.1.			
	3.2.			
	3.3.			x

Alguns alunos apresentaram dificuldades na resolução das atividades propostas, situação que foi discutida com a professora orientadora, do qual surgiu uma solução. A solução passava por oferecer questões/atividades extra de menor dificuldade, mas que apelassem na mesma a capacidades de RM e conhecimentos de GM, aos alunos que, durante as AAE, demonstrassem dificuldades nas atividades planeadas para cada aula.

### 3.3.2. Implementação

A implementação das atividades decorreu em situação de AAE de matemática que decorreram à quarta-feira, entre as 12h40min e as 13h25min (45 minutos), durante os meses de abril e junho.

As atividades matemáticas foram organizadas em seis aulas, mas devido à demora na resolução das atividades, foram necessárias sete aulas, para se concluírem todas as atividades. A primeira e a última aula consistiam num teste semelhante (que tratava a mesma temática e apelava às mesmas capacidades de RM), em que os exercícios foram retirados do PISA (2000, 2003, 2006 e 2012) e reformulados de acordo com os objetivos do estudo. A semelhança dos dois testes justifica-se, para mais tarde, na análise de dados, serem avaliados/corrigidos e comparados e, assim, verificar se existiu mobilização e/ou desenvolvimento do RM dos alunos em estudo. Estas atividades foram realizadas na sala de aula da turma em questão (sala 12).

As restantes cinco aulas (intermédias) consistiam na realização de atividades matemáticas que apelassem a conteúdos de GM, a capacidades de RM e, simultaneamente, fossem exploradas *applets online*. Nessas aulas foi facultado um guião - Lista de comandos da(s) *applet(s)* - para que os alunos em estudo conseguissem manusear as *applets*, sem a ajuda da professora investigadora. Devido ao facto de ser necessária a utilização de computadores por parte dos alunos para a realização das atividades, estas aulas decorreram na sala de informática (sala 34), que teve ser previamente requisitada.

No final de cada aula, os alunos em estudo tiveram, ainda, de preencher um pequeno inquérito com o intuito de saber a opinião de cada um sobre as atividades realizadas.

O quadro seguinte mostra a cronologia das atividades com o respetivo tema, duração e modo de trabalho:

**Quadro 6** - Cronologia das atividades.

<b>Atividade</b>	<b>Data</b>	<b>Duração</b>	<b>Modo de trabalho</b>
1. Teste inicial	20 de abril	45 minutos	Individual
2. Explorando sólidos geométricos	4 de maio	45 minutos	Díade
3. Explorando planificações de cubos	18 de maio	45 minutos	Díade
4. Explorando áreas e volumes I	25 de maio e 1 de junho	45 minutos + 45 minutos	Díade
5. Explorando áreas e volumes II	8 de junho	45 minutos	Díade
6. Teste final	10 de junho	45 minutos	Individual

Todas as atividades eram de realização autônoma e individual, mas nas aulas na sala de informática, devido ao número de alunos das AAE de Matemática ser superior ao número de computadores da sala de informática, teve que optar-se por fazer díades, para os alunos em estudo trabalharem nos computadores. Apesar de estarem a utilizar o mesmo computador, os alunos realizavam as atividades de forma individual.

No início de cada aula, era entregue a atividade aos alunos envolvidos no estudo. Em seguida esta era lida pela professora estagiária investigadora, para que fossem tiradas todas as dúvidas aos alunos relativamente ao enunciado das questões e sobre a lista de comandos da(s) *applet(s)*. No fim, referia-se que a atividade era feita de forma autônoma e, se caso os alunos tivessem alguma dúvida, solicitassem a professora estagiária investigadora.

Durante a realização das atividades, a professora estagiária investigadora acompanhou e supervisionou o trabalho dos alunos, de forma a esclarecer algumas dúvidas acerca das atividades ou do funcionamento da(s) *applet(s)*. Quando uma dúvida era muito recorrente entre os alunos, esta era referida em voz alta pela professora estagiária investigadora, para, assim, todos os alunos ficarem esclarecidos sobre questão em causa.

À medida que os alunos terminavam a atividade, esta era entregue à professora estagiária investigadora e verificada se estava completa.

Em seguida, apresenta-se a descrição de cada atividade implementada.



### **Atividade 1. Teste inicial (20 de abril – 45 minutos)**

A primeira atividade foi realizada numa aula de matemática, em que os últimos 45 minutos da aula foram dispensados para a execução desta atividade - Teste inicial.

Antes da atividade ser distribuída pelos alunos, foi-lhes explicado que esta fazia parte de um conjunto de atividades que iriam realizar nas próximas aulas de AAE de matemática, na sala de informática. Desta forma, procedeu-se à distribuição da atividade por cada aluno e à leitura em voz alta da mesma. Ao longo da leitura, alguns alunos colocaram a mão no ar, de forma a pedirem autorização para falarem e tirarem algumas dúvidas. Assim surgiram dúvidas comuns aos alunos: “*O que são faces opostas?*”, “*O que é uma conjectura?*”, “*O que é formular uma conjectura?*”. Perguntas que foram esclarecidas em voz alta para todos os alunos.

No fim da leitura e esclarecimento de dúvidas, anunciou-se que os alunos deviam realizar a ficha de forma individual, em silêncio e resolvessem tudo o que conseguissem. Em seguida, os alunos procederam à realização da atividade. Contudo, alguns alunos solicitaram a ida da professora estagiária investigadora ao lugar, sobretudo para verificarem as suas respostas, questionando “*A minha resposta está correta?*”, “*Posso fazer esquemas/desenhos para justificar?*”. Em nenhum dos casos foi validada a resposta, apenas estimulou os alunos a continuarem a responder da melhor forma, justificando as respostas. Enquanto os alunos estavam a resolver a atividade, foi projetada a Figura 3 no quadro interativo, visto que as cópias eram a preto e branco e os alunos necessitavam de diferenciar as cores na Figura 3, para resolverem a respetiva questão.

No final dos 45 minutos, gerou-se muito barulho na sala, pois alguns alunos já tinham terminado a atividade, e outros não. No final da aula foi recolhida a atividade a todos os alunos. Os alunos que não terminaram a atividade na aula de matemática, tiveram a oportunidade de terminá-la na AAE de matemática (que segundo o horário desta turma, era a aula seguinte).

Durante os 45 minutos da AAE, os alunos já se encontravam mais calmos. Alguns tiveram dificuldade numa questão, em que era pedido o volume de um sólido geométrico, pois não se recordavam da fórmula do volume. Todos os alunos conseguiram terminar a atividade antes do fim da aula.

## Atividade 2. Explorando Sólidos Geométricos (4 de maio- 45 minutos)

Nesta aula iniciaram-se as atividades na sala de informática e, por isso, os alunos apresentavam-se um pouco agitados e com grandes expectativas em relação à aula.

À medida que os alunos iam entrando na sala, indicou-se o sítio onde se deviam sentar. Visto que só existam 13 computadores e eram 21 alunos nas AAE, estes ficaram distribuídos em pares pelos computadores. Avisou-se que a disposição dos alunos devia ser a mesma nas seguintes AAE na sala de informática. Alguns alunos queixaram-se, pois não gostaram do seu colega de computador.

Em seguida, e sendo a primeira aula na sala de informática, começou-se por comunicar aos alunos que nesta e nas AAE seguintes iriam realizar atividades matemáticas centradas no uso de *applets*, questionando a estes se sabiam o que eram *applets*. Nenhum aluno soube responder, assim, esclareceu-se o significado do termo e enunciou-se que nessa aula iriam trabalhar numa *applet*. Deste modo, entregou-se a atividade programada para a aula e explicou-se que os alunos deviam começar a resolver as questões no papel e só depois é que deviam utilizar a *applet*, com o auxílio da lista de comandos que surgia no final da atividade entregue. Expôs-se, ainda, que no fim de resolverem a atividade com o auxílio da *applet*, deviam responder a um pequeno inquérito sobre a sua opinião acerca da atividade feita nesta AAE.

Durante a execução da atividade por parte dos alunos, surgiram dúvidas sobre o significado de conjectura, dúvida que também foi tida na aula passada pelos alunos, que foi novamente esclarecida. Notou-se, ainda, que os alunos tiveram dificuldades na resolução da atividade, dado os comentários que faziam em voz alta. Foi, ainda, observado que muitos alunos não respeitavam a ordem das questões da atividade, uma vez que queriam primeiramente explorar a *applet* e só depois resolver as questões da atividade. Perante tal situação, os alunos foram avisados que apenas podiam explorar a *applet* quando fosse solicitado nas questões.

De salientar que a maioria dos alunos estiveram muito agitados e conversadores durante toda a aula, o que fez com que alguns alunos não conseguissem terminar a atividade desta AAE. Contudo, existiram alunos que realizaram toda a atividade e o inquérito, em menos de 30 minutos.

### **Atividade 3. Explorando planificações do Cubo (18 de maio – 45 minutos)**

A atividade 3 também foi dinamizada na sala de informática e começou-se por relembrar os alunos de que teriam de se sentar nos lugares da aula passada, exceto dois alunos que iam trabalhar sozinhos num computador, para assim não arranjam mais problemas de comportamento na AAE.

Em seguida foi distribuída a atividade desta aula pela maioria dos alunos, exceto 5 alunos que ainda não tinham terminado a atividade da aula anterior e, assim, tiveram de a terminar no início desta aula. A professora estagiária investigadora fez a leitura de toda a atividade em voz alta e questionou se existiam dúvidas. Nenhum aluno teve dúvidas e, assim, deu-se autorização para começarem a realizar a atividade, lembrando aos alunos que se deve respeitar a ordem das questões e só se deve utilizar a *applet* quando esta for solicitada.

Durante a realização da atividade, os alunos solicitaram a professora estagiária investigadora ao lugar para esta confirmar a veracidade das respostas quanto ao número de planificações do cubo e se as planificações desenhadas por estes estavam corretas ou não. Mais uma vez, foi explicado que a professora não podia confirmar ou verificar as respostas dos alunos durante a resolução da atividade.

Esta atividade foi feita sem grandes dúvidas pelos alunos e todos conseguiram resolver tudo dentro do tempo estipulado. Também os alunos que começaram a aula a terminar a atividade da aula anterior, conseguiram concluir a atividade destinada para esta aula.

### **Atividade 4. Explorando Áreas e Volumes I (25 de maio e 1 de junho – 45 minutos + 45 minutos)**

A quarta atividade foi dinamizada em duas AAE na sala de informática. Isto aconteceu, pois a maioria dos alunos teve dificuldades na interpretação das questões da atividade destinada para esta aula e, assim, nenhum aluno conseguiu terminar a atividade.

O início desta aula começou com a devida inquietação dos alunos por ser numa sala de informática que, desta vez, retirou algum tempo de aula. Como os alunos já estavam habituados a manusear *applets* nas AAE anteriores, a primeira ação da maioria dos alunos, depois de entrarem na sala, foi ligar o monitor e aceder às *applets online* das aulas anteriores e começarem a explorar novamente essas *applets*. Os alunos foram chamados à atenção e foi pedido que desligassem o monitor do computador. Por também

ter acontecido o mesmo na aula anterior, a professora estagiária investigadora mudou de estratégia, colocando o link da *applet* apenas na questão da atividade que pedia a sua exploração.

A professora estagiária investigadora teve que esclarecer os alunos que as *applets* apenas são para ser exploradas quando assim for pedido nas atividades. Foi ainda lembrado que as atividades eram para ser feitas individualmente.

Após a entrega da atividade para esta aula, surgiram dúvidas. Os alunos solicitaram os professores presentes na sala para se deslocarem aos seus lugares e esclarecerem os enunciados das questões e/ou questionando a validade das suas respostas. Visto que as dúvidas se manifestaram por vários alunos, a professora estagiária investigadora tomou a iniciativa de ler as questões da atividade em voz alta e, assim, clarificar o que era pretendido em cada questão, como também esclarecer algumas dúvidas anteriormente evidenciadas. Posto esta intervenção, os alunos continuaram a resolver a atividade.

A maioria dos alunos, quando começaram a realizar a questão 2., em que era pedido que desenhasssem planificações de sólidos, sentiram dificuldades e novamente solicitaram a presença dos professores aos lugares, para os ajudar no desenho das planificações. A resolução desta questão, por parte dos alunos, demorou bastante tempo e a maioria destes não a conseguiu finalizar. Assim tornou-se necessário mais uma AAE para finalizar a atividade 4 – Explorando áreas e volumes 1.

Na segunda AAE disponibilizada para realizar a atividade 4, os alunos já entraram mais calmos na sala. Foi realizada uma leitura integral do enunciado da atividade 4, em voz alta, pela professora estagiária investigadora, para que os alunos lembrassem o que realizaram na aula anterior. No momento não existiram dúvidas por parte dos alunos.

Os alunos acabaram de resolver a questão 2. e partiram para a exploração da *applet* (questão 3.) em que estes tinham a oportunidade de verificar a validade das planificações desenhadas na questão 2.. A questão 3., como permitia a exploração de várias planificações através da *applet online*, entusiasmou os alunos e muitos deles quando verificaram que tinham as planificações corretas, enunciaram o feito em voz alta. Quando partiram para a questão 4., os alunos tiveram novamente dúvidas, a professora estagiária investigadora decidiu ler de novo o enunciado e explicar por outras palavras o que era pretendido. Alguns alunos não conseguiram completar a atividade 4.

### **Atividade 5. Explorando Áreas e Volumes II (8 junho – 45 minutos)**

Na quinta aula (última na sala de informática), a atividade já se apresentava no lugar dos alunos quando estes se posicionaram nos seus lugares, de forma a rentabilizar algum tempo. Foi mencionado que a atividade desta aula apresentava mais questões do que as atividades anteriores e, como tal, as questões deviam ser feitas em silêncio, individualmente e com concentração. Referiu-se, ainda, que existia uma atividade com outras questões para os alunos que não conseguissem formular uma conjectura nas questões 1.4. e 2.4.

Os alunos começaram de imediato a realizar a atividade sem apresentarem dúvidas. Isto porque foi a última AAE do ano letivo e os alunos queriam sair mais cedo. Apenas três alunos não conseguiram formular conjecturas em 1.4. e 2.4., solicitando a nova atividade. A professora estagiária investigadora circulou pela sala de forma a verificar se os alunos completavam todas as questões da atividade.

A maior parte dos alunos respondeu a todas as questões.

### **Atividade 6. Teste Final (10 junho – 45 minutos)**

A última aula e atividade foi realizada numa aula de matemática de 90 minutos, em que parte dela (45 minutos) foi cedida pelo professor cooperante da disciplina, pois devido ao calendário escolar, os alunos já não teriam mais AAE. Esta era a aula seguinte ao teste de avaliação da disciplina de Matemática.

Iniciou-se esta aula distribuindo a última atividade do estudo, o Teste Final, que era semelhante ao Teste Inicial (Atividade 1), apenas se diferenciava em aspetos numéricos no enunciado das questões. Durante a distribuição das atividades, informou-se os alunos que deviam realizar a atividade de forma individual, em silêncio e justificassem sempre, todas as respostas. Posteriormente, fez-se uma leitura rápida em voz alta da atividade, em que alguns alunos proferiram em voz alta alguns comentários, tais como: “Já fizemos esta ficha!”, “Isto é fácil professora!”, “Que seca, já sei fazer isto!”. Contudo a professora estagiária investigadora no fim da leitura, anunciou que esta ficha não era igual, mas sim semelhante a uma que já haviam feito e que mesmo assim deviam resolver a atividade toda e justificarem as respostas quando fosse pedido.

Os alunos procederam à realização da atividade em silêncio e desta vez demoraram menos tempo do que na realização da atividade 1 – Teste Inicial. Todos os

alunos das AAE terminaram a atividade em 30/35 minutos, sendo que alguns ao terminarem a atividade fizeram questão de anunciar em voz alta o feito.

### 3.4. Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados

Dado o presente estudo se inserir numa abordagem qualitativa seguindo um *design* de estudo de caso, a seleção das técnicas de recolha de dados é uma fase necessária e importante do trabalho realizado.

Nos estudos de caso qualitativos é aconselhado que a recolha de dados não se limite apenas a uma única técnica (Bogdan & Biklen 1994). Assim, atendendo à natureza do estudo, foram várias as técnicas de recolha de dados utilizadas, de forma a fornecerem informação diversificada e necessária, que permitam responder às questões de investigação elaboradas. Portanto, para a recolha de dados, optou-se por utilizar as seguintes técnicas de recolha de dados: observação, inquérito e análise documental.

O quadro seguinte expõe, resumidamente, as técnicas e os respetivos instrumentos de recolha de dados que foram desenvolvidos no âmbito desta investigação, bem como o momento de aplicação. Estes serão descritos mais pormenorizadamente nos pontos que a seguir se apresentam.

**Quadro 7** - Técnicas e instrumentos de recolha de dados e respetivos momentos de aplicação.

Técnica	Instrumentos	Momento de aplicação	
Testagem	Teste de capacidades de RM e Teste de conhecimentos de GM.	Na atividade 1 (primeira) e na atividade 6 (última).	Entre abril e junho
Observação	Diário do Investigador (guiões de observação/notas de campo).	Durante e final de cada aula realizada.	
Análise documental	Instrumento de análise das produções dos alunos.	Durante cada aula/atividade realizada.	
Inquérito	Questionários (apenas nas atividades com exploração de <i>applets</i> ).	No final de cada aula realizada	

#### 3.4.1. Testagem

Segundo Coutinho (2000), “se pretendemos medir o aproveitamento ou as aptidões cognitivas então deveremos optar por um teste de conhecimentos/aptidões” (p.3). O mesmo autor defende que o teste é um instrumento que permite medir variáveis como o aproveitamento, aptidões cognitivas, conhecimentos, inteligência e criatividade.

No presente estudo foram utilizados testes (de capacidades e conhecimentos) na primeira e última atividade. Com estes testes teve-se como objetivo medir as capacidades de RM e os conhecimentos de GM dos alunos, com a finalidade de comparar os dados da primeira atividade com os dados da última atividade. Assim, seria possível verificar se houve, ou não, mobilização destas capacidades e conhecimentos, como também responder a duas questões desta investigação.

Coutinho (2000) afirma, ainda, que este instrumento pode ser construído pelo investigador (não estandardizado) ou simplesmente usar um já existente (estandardizado). Para isso, aponta três conselhos para a sua escolha, como também define as duas situações do instrumento. O teste estandardizado define-se por incluir “procedimentos uniformes e consistentes para administração, avaliação e interpretação de resultados” (Moore, 1983, Wiersma, 1995, citados em Coutinho, 2000, p.2). Em contrapartida, o teste não estandardizado é aquele que é “construído/adaptado pelos investigadores podendo tomar formatos diversificados” (Coutinho, 2000, p.2)

Neste estudo recorreu-se a um teste não estandardizado, ou seja, a professora estagiária investigadora construiu um teste de acordo com as questões de investigação. Assim, foram seleccionadas algumas questões de provas do PISA de 2000, 2003, 2006 e 2012 que respeitassem os conteúdos programáticos trabalhados no estudo e adaptaram-se as questões ao nível de ensino dos alunos em estudo. Teve-se, ainda, em conta que todas as questões apelassem às capacidades de RM. Os testes foram sujeitos a sucessivas alterações/reformulações por parte da professora orientadora, em que a versão final é apresentada como a atividade 1 e atividade 6 do estudo (apêndice A).

### **3.4.2. Observação**

A observação é uma técnica de recolha de dados importante e usual em investigação qualitativa em educação.

Como afirma Afonso (2005, p.91), a observação é uma técnica de recolha de dados útil e credível, “na medida em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos, como acontece nas entrevistas e nos questionários”.

Carmo e Ferreira (1998) dizem que observar é seleccionar informação pertinente, através dos órgãos sensoriais e com recurso à teoria e à metodologia científica, a fim de poder descrever, interpretar e agir sobre a realidade em questão.

O facto de o estudo se desenvolver em AAE foi vantajoso, na medida que os participantes do estudo não se sentiram observados e agiram naturalmente.

Dada a forma como o professor investigador se envolveu no estudo e procedeu à recolha de dados, diz-se que a observação foi direta e participante. Direta, pois o investigador procedeu “diretamente à recolha das informações, sem se dirigir aos sujeitos interessados (...). Os sujeitos observados não intervêm na produção da informação procurada” (Quivy e Campenhoudt, 1995, p. 164). Participante, porque o professor investigador não se limitou apenas a observar e escutar, este teve uma participação dinâmica e envolvente nas AAE, fazendo intervenções quando achava necessário, ou quando não compreendia determinados comportamentos dos alunos. Assim, pode afirmar-se que o investigador é o instrumento de recolha de dados.

Desta forma, a observação serve para o professor investigador entender o contexto em que está inserido e a realidade à sua volta. Mota (2014), com base em Quivy e Campenhoudt (1995), afirma que o investigador, no momento de análise dos dados, não deve recorrer unicamente à sua memória, uma vez que “a memória é seletiva e eliminaria uma grande variedade de comportamentos cuja importância não fosse imediatamente aparente”. Portanto, o professor investigador, no decorrer da observação foi registando notas relacionadas com a implementação das atividades, principalmente sobre o comportamento dos alunos e dificuldades manifestadas. Ainda assim, no final de cada aula, o professor investigador reunia com o colega de estágio e professor cooperante (que estavam presentes durante as AAE) para trocar impressões sobre o decorrer da aula.

### **3.4.3. Inquérito: questionário.**

Coutinho (2000), citado por Moreira (2015), define questionário como “o instrumento mais universal na área das ciências sociais” e “consiste num conjunto de perguntas sobre determinado assunto... cujas respostas são apresentadas por escrito e permite obter informação básica ou avaliar o efeito de uma intervenção” (p. 11). Já Quivy e Campenhoudt (1995) admitem que a principal vantagem dos questionários é “a possibilidade de quantificar uma multiplicidade de dados”.

Para o presente estudo, elaboraram-se questionários aplicados, apenas, nas aulas na sala de informática, em que os alunos exploravam *applets*. Existiu a necessidade de realizar estes questionários para responder a uma das questões do estudo: “Qual a opinião dos alunos sobre as atividades realizadas nas AAE, com foco na exploração de *applets*, visando o RM?”. Assim, os questionários no final de cada aula possibilitaram, ao professor investigador, ter conhecimento da opinião dos alunos sobre atividades realizadas através das *applets*. Para isso, as questões centravam-se em



questionar o parecer das atividades feitas em situação de AAE e quais os aspetos que poderiam ser alterados/melhorados nas atividades que fizeram em AAE.

Usando como referência Carmo e Ferreira (2008), os questionários elaborados por investigadores são constituídos por duas a três questões e incluem questões de resposta aberta e perguntas de fechada. As questões de resposta aberta foram introduzidas com o objectivo de “colher dados sobre factos e opiniões do inquirido” bem como “verificar a veracidade de outras perguntas” (p.154). As questões de resposta fechada foram usadas porque é “um modo de objectivar as respostas e de não permitir que estas sejam ambíguas” (p.157). Procurou-se também que o enunciado das questões fosse preciso, claro e curto.

De salientar, que no primeiro e último questionário preenchido pelos alunos durante as aulas na sala de informática, repetiu-se uma questão de resposta fechada aos alunos: “O que achaste da atividade realizada nesta aula de Apoio ao Estudo de Matemática? “. Assim consegue-se proceder a uma comparação sobre a primeira e última aula que os alunos exploraram *applets* e compreender se os alunos gostaram do tipo de atividades com *applets*.

#### **3.4.4. Análise documental: Instrumento de análise das produções escritas dos alunos.**

A “pesquisa e leitura de documentos escritos que se constituem como uma boa fonte de informação” (Coutinho, 2011, p. 318) é a base da técnica de análise documental. Esta técnica permite ao investigador reunir uma grande quantidade de informação, como também uma informação mais detalhada (Tenbrink, 1984).

No presente estudo, a análise documental incidiu sobre as produções escritas dos alunos correspondentes às respostas às questões de cada atividade ao longo das AAE, com o intuito de recolher dados/informação responder às questões problemas: “Qual o contributo de atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets*, visando o RM em situação de AAE, no desenvolvimento/mobilização do RM dos alunos?” e “Qual o contributo de atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets* visando o RM em situação de AAE, no desenvolvimento/mobilização do conhecimento matemático no âmbito de GM?”. Assim, houve a necessidade de criar dois instrumentos de análise das produções dos alunos; um teve como objetivo verificar se os alunos mobilizaram/desenvolveram capacidades de RM e outro para averiguar se os alunos mobilizaram/construíram conhecimentos matemáticos no âmbito de GM.

A elaboração do primeiro instrumento teve em conta o referencial teórico relativo às capacidades de RM (quadro 2, apresentado no capítulo 3, ponto 3.3.1.) e a tabela referente às capacidades de RM focadas em cada questão (quadro 5, apresentado no capítulo 3, ponto 3.3.1.). Na construção do instrumento considerou-se, como categoria de análise, as capacidades de RM, sendo as dimensões de análise, as seguintes capacidades de RM: A.Formular conjecturas; B.Testar conjecturas; C.Explicar procedimentos.

Já a construção do segundo instrumento, teve em conta a tabela com a designação, domínio temático, subdomínio e objetivos específicos de cada atividade (quadro 3), feita e ajustada consoante o documento do *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (2013)*. Assim, considerou-se como categoria de análise os conhecimentos matemáticos de GM, sendo as dimensões de análise os objetivos específicos de cada atividade, descritos no quadro 3 (do capítulo 3, ponto 3.3.1.).

A versão final deste instrumento (Apêndice X), também foi obtida no final de várias reformulações.

Em ambos os instrumentos de análise usou-se o mesmo referencial para preenchimento (“+”: verificou-se; “-”: não se verificou; “NO”: não respondeu).

### **3.5. Tratamento de dados: análise de conteúdo.**

A análise é um “processo de estabelecer ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos e começa no primeiro dia em que o investigador entra em cena” (Vale, 2004, p.11).

Dada a natureza do presente estudo, a técnica de análise privilegiada foi a análise de conteúdo. Amado (2013) apoia-se em Bogdan & Biklen, (1994) para afirmar que “a análise de conteúdo torna-se um procedimento básico da investigação qualitativa”.

A análise de conteúdo tem como propósito “organizar os conteúdos de um conjunto de mensagens num sistema de categorias que traduzam as ideias-chave veiculadas pela documentação em análise” (Amado, 2013, p.313).

Pode afirmar-se que, em todas as produções escritas dos alunos, foi usado sobretudo a análise de conteúdo. Para isso, teve-se em conta certos procedimentos de análise. Bardin (1977) e Coutinho (2011), citado por Mota (2014), referem que existem três momentos fundamentais para se efetuar a análise de conteúdo: (1) a pré-análise; (2) a exploração dos materiais; e (3) o tratamento de dados.

Em relação à pré-análise (1), procedeu-se a uma leitura das produções escritas dos alunos e, conseqüentemente, passou-se à organização de todo o material recolhido.

No que diz respeito à exploração dos materiais (2), decorreu tendo por base o instrumento construído para a análise das produções escritas dos alunos. Consistiu em categorizar as produções escritas dos alunos, atendendo a dois indicadores – capacidades de RM e conhecimentos matemáticos de GM.

Por último, surge o tratamento de dados (3), em que foram construídos quadros de registo para avaliar as capacidades de RM e os conhecimentos matemáticos de GM, para assim registar os dados obtidos da análise das produções dos alunos. Deste modo, registou-se se as respostas dos alunos evidenciaram a mobilização das capacidades em foco, como também a presença ou ausência dos conhecimentos matemáticos de GM. Posto isto, calculou-se a frequência absoluta e relativa (em percentagem), tendo em conta o número de alunos que realizou cada atividade com o número de alunos que evidenciaram ter mobilizado as capacidades de RM e a presença de conhecimentos matemáticos de GM. Para cada caso, construiu-se um quadro que apresentava uma visão global dos dados obtidos.

Quanto aos questionários, fez-se uma apreciação por aula e uma apreciação global. Na apreciação por aula dá-se conta das respostas dos alunos, salientando aquelas que mais foram repetidas e na apreciação global descreve-se o que de forma geral os alunos acharam das atividades todas.

No que diz respeito aos questionários feitos nas atividades que apelavam à utilização de *applets* (AAE feitas na sala de informática), foi elaborado um quadro síntese, com a informação recolhida, para cada questionário.

Por fim, deve mencionar-se que os dados recolhidos através do diário do investigador foram relevantes, na medida que ajudaram a completar e explicar os resultados do estudo.



## Capítulo 4 – Resultados

Neste capítulo apresentam-se os resultados deste estudo. Estrutura-se em três pontos, definidos de acordo com as questões de investigação. O primeiro ponto é relativo à questão de investigação “Qual o contributo de atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets*, visando o RM em situação de AAE, no desenvolvimento/mobilização do RM dos alunos?”. O segundo ponto diz respeito à questão “Qual o contributo de atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets* visando o RM em situação de AAE, no desenvolvimento/mobilização do conhecimento matemático no âmbito da GM?”. E, por fim, o terceiro ponto, diz respeito à questão: “Qual a opinião dos alunos sobre as atividades realizadas nas AAE, com foco na exploração de *applets*, visando o RM?”.

### **4.1. Contributo das atividades para a mobilização/desenvolvimento do RM dos alunos.**

Neste ponto descrevem-se os resultados respeitantes ao contributo das atividades, implementadas em situação de AAE, para a mobilização/desenvolvimento de capacidades de RM dos alunos.

Apresenta-se uma análise global e sintetizada dos resultados obtidos, expondo o quadro 8, um quadro de frequências absolutas e relativas, sobre as capacidades de RM mobilizadas, em cada questão. No quadro apresenta-se, ainda, o respetivo número de alunos envolvidos em cada atividade através do símbolo  $n$ .

Em seguida, será feita uma análise pormenorizada de cada uma das capacidades de RM focadas nesta investigação (formular conjecturas, testar conjecturas, explicar procedimentos).

**Quadro 8** - Número de alunos que mobilizaram/desenvolveram capacidades de RM, na realização das atividades.

Capacidades de RM	Atividade 1				Atividade 2					Atividade 3					Atividade 4	Atividade 5						Atividade 6			
	n= 21				n=18					n=18					n=21	n=21						n=19			
	1.2.	2.1.	2.2.	3.3.	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3.	1.	2.	3.	3.1.	4.	4.	1.4.	1.5.	1.6.	2.4.	2.5.	2.6.	1.2.	2.1.	2.2.	3.3.
A. Formular Conjeturas		12 57 %			0		11 61 %			5 28 %			5 28 %		1 5%	2 10 %			3 14 %				16 84 %		
B. Testar conjeturas			13 62 %			13 72 %			9 50 %			10 56 %		16 89 %				3 14 %			3 14 %			9 53 %	
C. Explicar procedimentos	17 81%			13 62 %				10 56 %			2 11 %		2 11 %				3 14 %			3 14 %		16 84 %			14 74 %

Analisando globalmente o quadro 8, retira-se que a maior parte dos alunos evidenciaram ter mobilizado/desenvolvido capacidades de RM, contudo tal não aconteceu de forma gradual ao longo das atividades.

No que concerne à formulação de conjecturas (A), verifica-se que esta capacidade não foi mobilizada em todas as questões que a focavam, destacando-se a questão 1.1. da atividade 2, em que nenhum aluno a mobilizou. Com base no quadro, destacam-se as atividades 3, 4 e 5, visto que a percentagem de alunos que mobilizou esta capacidade ficou abaixo dos 30%. Quanto às restantes atividades, destaca-se a atividade 4, onde apenas um aluno (4%) mobilizou a referida capacidade.

Em relação à capacidade de testar conjecturas (B), afirma-se que foi a capacidade que a maior parte dos alunos mobilizou realçando-se a questão 4. da atividade 3, em que 89% dos alunos mobilizou a capacidade em causa.

Por fim, quanto à capacidade de explicar procedimentos (C), foi mobilizada pelos alunos em todas as questões, mas principalmente na primeira e última atividade, obtendo percentagens acima dos 60%.

Quanto aos resultados da atividade 1 e 6, ou seja, do teste inicial e final, evidenciou-se apenas melhoria nas capacidades de formular conjecturas (A) e explicar procedimentos (C). Contudo, evidenciaram-se resultados acima dos 50% em todas as capacidades nas referidas atividades, ou seja, mais de metade dos alunos que realizaram as atividades mobilizaram capacidades de RM em todas as questões das atividades.

Verifica-se, ainda, que não existiu nenhuma questão em que as capacidades de RM apeladas fossem mobilizadas pela totalidade dos alunos (100%).

Em seguida, expõem-se os resultados de forma mais pormenorizada, focando as capacidades de RM em foco nas atividades. A título de exemplo dos resultados obtidos, mostra-se ainda algumas produções escritas dos alunos que mobilizaram, ou não, essas mesmas capacidades.

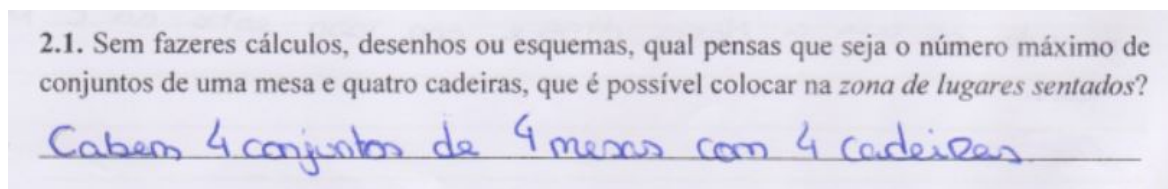
## A. Formular conjecturas

Dado o quadro 5, presente no capítulo 3, e o quadro 8 deste capítulo, todas as atividades apelavam à capacidade de formular conjecturas sendo que o conjunto das questões em que tal acontecia: questão 2.1. (atividade 1), questão 1.1. e 2.1. (atividade 2), questão 1. e 3.1. (atividade 3), questão 1.4 e 2.4. (atividade 5) e por fim, questão 2.1. (atividade 6).

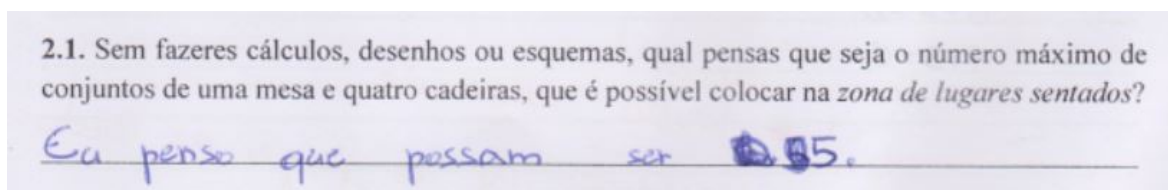
Na questão 2.1. da atividade 1, verifica-se que apenas 57% dos alunos responderam evidenciando mobilizar a capacidade de formular conjecturas de acordo com o que era pretendido na questão, ou seja, apresentaram a resposta de “4 conjuntos de mesas e cadeiras”. Os alunos revelaram várias respostas, desde “2 conjuntos”, “3 conjuntos”, “5 conjuntos”, “6 conjuntos” a “7 conjuntos”, existiram, ainda, dois alunos que apresentaram respostas como “40 conjuntos” e “26 conjuntos”.

Nas figuras que se seguem, expõem-se dois exemplos de resposta à questão 2.1., uma resposta de um aluno que evidenciou mobilizar a capacidade de RM de acordo com a questão (A16) e uma resposta de um aluno que não evidenciou mobilização da capacidade de RM de acordo com a questão (A13).

**Figura 3** - Resposta do aluno A16 à questão 2.1. da atividade 1.



**Figura 4** - Resposta do aluno A13 à questão 2.1. da atividade 1.



A questão 2.1. da atividade 6 é igual à questão 2.1. da atividade 1. Assim expõem-se já os resultados desta questão, para se comparar com os resultados da mesma questão na atividade 1.

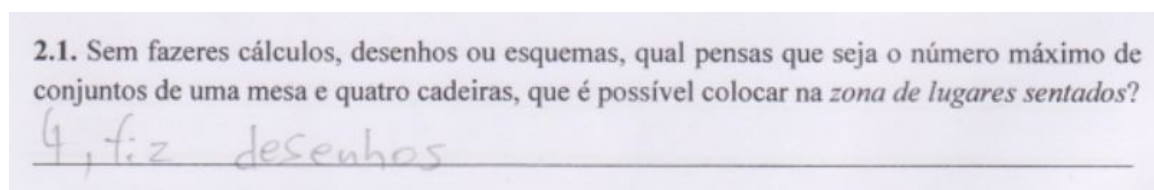
Na questão 2.1. da atividade 6, apura-se que 84% dos alunos responderam evidenciando mobilizar a capacidade de formular conjecturas, de acordo com o que era



pretendido na questão. Cinco alunos nesta questão apresentaram respostas que não apelavam à capacidade de formular conjeturas, de acordo com a questão como por exemplo: “2 conjuntos”, “5 conjuntos”, “8 conjuntos” e “12 conjuntos”.

De todas as respostas que apelavam à capacidade em causa, salienta-se a de um aluno que justificou a sua resposta, testando a conjetura, o que não respeitou a questão que enunciava “Sem fazeres cálculos, desenhos ou esquemas, qual pensas que seja (...)”. A figura que se segue, apresenta a resposta do aluno A7.

**Figura 5** - Resposta do aluno A7 à questão 2.1. da atividade 6.



Quanto à questão 1.1. da atividade 2, pretendia-se que os alunos indicassem o número de faces, vértices e arestas de alguns sólidos geométricos; todos os alunos mobilizaram a capacidade de formular conjeturas. Nenhum aluno conseguiu indicar o número correto de faces, vértices e arestas dos sólidos geométricos indicados na questão.

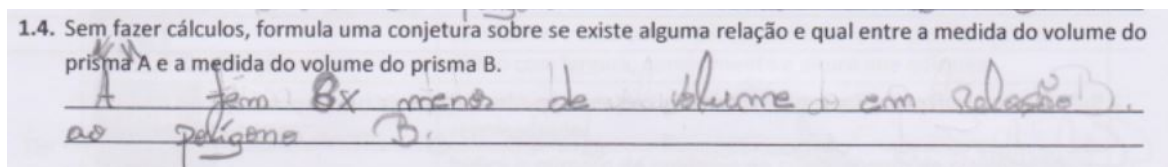
Na questão 2.1. da mesma atividade esperava-se que os alunos através da observação e análise da tabela apresentada na atividade, após o preenchimento dela, formulassem uma conjetura, sendo esta a relação de Euler. Assim sendo, 61% dos alunos mobilizaram a capacidade e formularam a conjetura pretendida.

Na questão 1. da atividade 3 era pedido aos alunos para formularem uma conjetura sobre o número de planificações diferentes que um cubo pode ter. Posteriormente, os alunos verificavam a sua conjetura numa *applet*. Verifica-se que apenas 5 alunos evidenciaram a mobilização de “formular uma conjetura” de acordo com a questão.

Relativamente à questão 3.1. da mesma atividade, também só 5 alunos em 18 reformularam a sua conjetura inicial, sobre as planificações do cubo, depois de explorarem a *applet* sobre as planificações do sólido. Nesta questão, existiram 6 alunos que não responderam.

No que concerne à questão 1.4. da atividade 5, a maior parte dos alunos formularam conjecturas, contudo apenas 10% deles respondeu, formulando uma conjectura de acordo com a questão. Reproduz-se, na figura 6, um exemplo de uma resposta de um aluno (A17), que evidencia mobilizar a capacidade de RM de acordo com a questão.

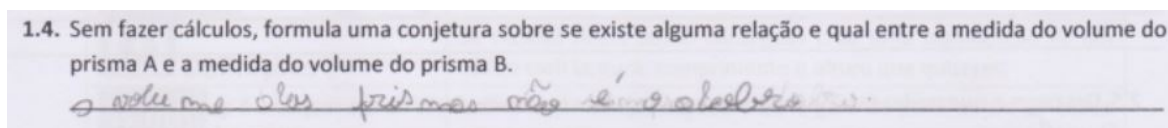
**Figura 6** - Resposta do aluno A17 à questão 1.4. da atividade 5.



Nesta questão os alunos apresentaram várias conjecturas sobre a relação da medida de volume de dois prismas (evidenciadas as dimensões destes no enunciado da questão).

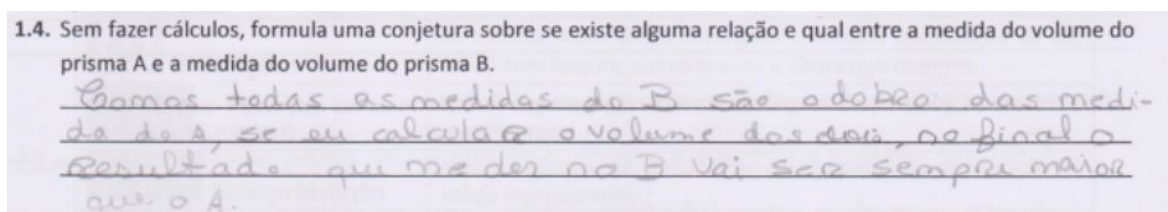
A maior parte dos alunos respondeu que a relação de medida de volume dos dois prismas seria o “dobro”, ou “o prisma B é 2 vezes maior que o prisma A”. No entanto também existiram respostas que enunciavam o oposto, apresentado na figura seguinte.

**Figura 7** - Resposta do aluno A1 à questão 1.4. da atividade 5.



Seguidamente, mostra-se a resposta do aluno A16, que formulou uma conjectura correta, dado as dimensões dos prismas, mas não formulou a conjectura pretendida.

**Figura 8** - Resposta do aluno A16 à questão 1.4. da atividade 5.



A questão 2.4. da mesma atividade é semelhante à questão 1.4., apenas muda o enunciado em relação às dimensões dos prismas, e os alunos têm de formular uma nova conjectura sobre a relação da medida de volumes dos prismas apresentados.

O número de alunos que mobilizou a capacidade de formular conjecturas nesta questão, teve um pequeno aumento relativamente à questão anterior, em que 3 alunos em 21 conseguiram formular uma conjectura correta.

## B. Testar conjeturas

Do conjunto das seis atividades implementadas no estudo, estavam incluídas oito questões orientadas para apelar à capacidade de testar conjeturas (B). Sendo estas: questão 2.2. (atividade 1), questão 1.2. e 2.3. (atividade 2), questão 3. e 4. (atividade 3), questão 1.6 e 2.6. (atividade 5) e por fim, questão 2.2. (atividade 6).

Na questão 2.2. da atividade 1 (Teste Inicial), os alunos teriam que verificar a conjetura formulada em 2.1. recorrendo a cálculos, desenhos ou esquemas. Todos os 62% de alunos que evidenciaram uma estratégia para testar a conjetura, foi através de desenhos.

No que toca à questão 2.2. (questão igual na atividade 1) da atividade 6 (Teste Final), 9 alunos foram capazes de encontrar uma estratégia que permitisse verificar a conjetura que tinham formulado na questão anterior, sobre o número de conjuntos que seria possível colocar na zona de lugares sentados (exibido na fig.1 da questão 2 da atividade 6). Todas as respostas foram, novamente, na forma de desenho. Contudo, a percentagem de alunos que mobilizou esta capacidade, comparativamente com a mesma questão da atividade 1, desceu de 62% para 53%.

Referente à questão 1.2. da atividade 2, os alunos teriam que verificar as suas respostas formuladas em 1.1., onde formulavam conjeturas sobre o número de faces, vértices e arestas de alguns sólidos geométricos. Essa verificação teria de ser feita com o auxílio da *applet* destinada a essa atividade, que permitia os alunos a visualização e manipulação de imagens tridimensionais de sólidos geométricos. Porém, na análise das respostas, apurou-se que 72% dos alunos conseguiu testar a conjetura de acordo com a questão.

Ainda referente à atividade 2, a questão 2.3. solicitava que os alunos testassem a conjetura formulada em 2.1. (Relação de Euler), aplicando-a a três exemplos de sólidos geométricos. Dos 18 alunos presentes nesta aula, 6 alunos não responderam à questão. No entanto, 50% dos alunos presentes conseguiram testar a conjetura de acordo com a questão. A figura 9 apresenta um exemplo de um aluno (A14), que respondeu evidenciando mobilizar a capacidade de RM de acordo com a questão.

**Figura 9** - Resposta do aluno A14 à questão 2.3. da atividade 2.

2.3. Testa a tua conjectura aplicando-a a três exemplos de sólidos geométricos.

$$\begin{array}{l} \text{Tetraedro} - 4 + 4 = 8 - 2 = 6 \\ \text{Cubo} - 6 + 8 = 14 - 2 = 12 \\ \text{Octaedro} - 8 + 6 = 14 - 2 = 12 \end{array}$$

$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$   
n.º de faces    n.º de vértices    n.º de arestas

A questão 3. da atividade 3 procurava que os alunos desenhassem todas as planificações diferentes que um cubo podia ter. Nesta questão validaram-se todas as questões em que os alunos desenhavam corretamente o número de planificações do cubo, que tinham formulado anteriormente na questão 1. Sendo assim 56% dos alunos conseguiu testar a sua conjectura formulada em 1.

Na questão 4. da mesma atividade, os alunos teriam que testar na *applet* o número de planificações diferentes que um cubo pode ter. Todos os alunos mencionaram a resposta correta, à exceção de dois alunos que não responderam.

No que se refere à questão 1.6. da atividade 5, verifica-se que apenas 3 alunos (14%), dos 21 presentes nesta atividade, responderam evidenciando mobilizar a capacidade de RM pretendida de acordo com a questão, ou seja, testaram a sua conjectura com dois exemplos concretos, conforme se mostra na figura 10.

**Figura 10** - Resposta do aluno A17 à questão 1.6. da atividade 5.

1.6. Aplica o que descreveste em 1.5., a dois casos (dois exemplos concretos).

$$\left. \begin{array}{l} A' \rightarrow 2 \times 4 \times 6 = 48 \\ B' \rightarrow 4 \times 8 \times 12 = 384 \end{array} \right\} 384 \div 48 = 8 \rightarrow A = 8 \times (-) B$$


---


$$\left. \begin{array}{l} A'' \rightarrow 4 \times 8 \times 12 = 384 \\ B'' \rightarrow 8 \times 16 \times 24 = 3072 \end{array} \right\} 3072 \div 384 = 8 \rightarrow A = 8 \times (-) B$$

A questão 2.6., da mesma atividade, pretendia o mesmo que a questão 1.6., apenas no enunciado da questão as dimensões dos prismas eram diferentes. Comparativamente com a questão anterior, a 2.6. apresenta os mesmos resultados, em que apenas 3 alunos (14%) evidenciaram mobilizar a capacidade pretendida., contudo os alunos que apelaram à capacidade em 1.6. não foram os mesmo que apelaram à capacidade em 2.6.

### C. Explicar procedimentos

As atividades e questões que apelavam à capacidade de RM de explicar procedimentos (C) são: questão 1.2. e 3.3. (atividade 1); questão 2.2. (atividade 2), questão 2. e 3.1. (atividade 3); questão 4. (atividade 4); questão 1.5. e 2.5. (atividade 5) e por fim, as questões 1.2. e 3.3. (atividade 6).

Relativamente à questão 1.2. da atividade 1 (Teste Inicial), era solicitado que os alunos descrevessem o que tinham de fazer para testarem a conjectura apoiada em 1.1. Após a análise das produções escritas dos alunos, verificou-se que 81% evidenciaram mobilizar a capacidade solicitada em 1.2..

Na figura 11 apresenta-se a resposta de um aluno (A10), em que descreve o seu raciocínio, através de contas e esquemas, para explicar a resposta dada em 1.1.

**Figura 11** - Resposta do aluno A10 à questão 1.2. da atividade 1.

1.2. Descreve o que tens de fazer para testares a tua resposta à questão 1.1.

Planificação I -  $6 + 2 = 8 \rightarrow$  não dá 7

Planificação II -  $6 + 1 = 7$   
 $2 + 5 = 7$   
 $4 + 3 = 7$  }  $\rightarrow$  dá 7

Planificação III -  $5 + 2 = 7$   
 $6 + 1 = 7$   
 $3 + 4 = 7$  }  $\rightarrow$  dá 7

Planificação IV -  $6 + 4 = 10 \rightarrow$  não dá 7  
 $3 + 1 = 4 \rightarrow$  não dá 7  
 $5 + 2 = 7 \rightarrow$  dá 7

A questão 3.3. da mesma atividade também apelava à capacidade de explicar procedimentos (C). Nesta questão, 62% dos alunos evidenciaram mobilizar a capacidade, em que uns alunos explicaram os seus procedimentos de forma mais pormenorizada (A15) e outros de forma mais sucinta (A5). As figuras seguintes exibem um exemplo de cada.

**Figura 12** - Resposta do aluno A15 à questão 3.3. da atividade 1.

3.3. Explica, por palavras, o que fizeste para calcular o volume da parte azul da garagem.

Para calcular o volume da parte azul da garagem multipliquei a altura (2,40m) pelo comprimento (6m) pela largura (4m) que deu 57,60 m<sup>3</sup>.

**Figura 13** - Resposta do aluno A5 à questão 3.3. da atividade 1.

3.3. Explica, por palavras, o que fizeste para calcular o volume da parte azul da garagem.

calculei a área da base e multipliquei pela altura.

Quanto à questão 1.2. da atividade 6 (Teste Final), apurou-se que 84% dos alunos evidenciaram mobilizar a capacidade de explicar procedimentos. As respostas dos alunos foram semelhantes às respostas que tinham dado na atividade 1.

A questão 3. da mesma atividade evidenciou que 74% dos alunos presentes nesta aula (19 alunos) demonstraram mobilizar a capacidade de RM de explicar procedimentos.

Comparativamente com as questões 1.2. e 3. da atividade 1, os resultados mostram que existiu uma evolução relativamente à capacidade de explicar procedimentos. Em 1.2. houve um aumento pouco significativo de 81% para 84% e em 3. existiu um aumento de 62% para 74%.

Relativamente à questão 2.2. da atividade 2, verificou-se que dos 18 alunos presentes na aula, 5 alunos não responderam, no entanto, 10 alunos (56%) responderam evidenciando mobilizar a capacidade pretendida.

No que toca às questões 2. e 3.1. da atividade 3 (Explorando as planificações do cubo), constata-se que, unicamente, dois alunos (11%) evidenciaram mobilizar a capacidade de explicar procedimentos. Na questão 2., alguns alunos para explicarem o seu raciocínio sobre quantas planificações tem um cubo, desenharam as planificações, ou apresentaram afirmações como “Contei” (A14) e “Pensei” (A13).

Quanto à questão 1.5. da atividade 5, solicitava-se, novamente, que os alunos descrevessem como fariam para testar a conjectura formulada em 1.4.. Como a maioria dos alunos formulou conjecturas que não evidenciaram mobilizar a capacidade de RM pretendida para a questão, a tentativa de testar as conjecturas feitas em 1.4. não funcionou. Os alunos apresentaram cálculos, que não correspondiam à conjectura formulada ou à pretendida. Assim sendo, apenas 14% dos alunos evidenciaram mobilizar a capacidade de explicar procedimentos, de acordo com a questão da atividade. O mesmo se revelou na questão 2.5. da atividade, mas nesta questão, 4 alunos não responderam. De todos os 21 alunos presentes nesta atividade, somente 3 (14%) alunos evidenciaram mobilizar a capacidade de acordo com a questão. Salienta-se ainda que os alunos que mobilizaram a capacidade em 1.5., não foram os mesmo que mobilizaram em 2.5..

Em suma, após a análise de dados, pôde verificar-se que a mobilização das capacidades de RM não aconteceu de forma contínua ao longo das atividades. Uma das razões para tal não ter acontecido, foi o facto de os alunos não estarem acostumados a mobilizar as suas capacidades de RM. Isto verificou-se nos questionários, em que muitos

alunos classificaram as questões como “difíceis” ou não compreenderam os enunciados, não sabendo o que significava “testar conjecturas”.

#### **4.2. Contributo das atividades para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos no âmbito de GM, dos alunos.**

No presente ponto relatam-se os resultados respeitantes ao contributo das atividades implementadas para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos matemáticos de GM, pelos alunos em situação de AAE.

Apresenta-se uma análise global e sintetizada dos resultados obtidos, através do quadro 9, um quadro de frequência absoluta e relativa, sobre os conhecimentos matemáticos de GM mobilizados em cada atividade e um breve resumo destes resultados. Dado o número de alunos não ser constante em todas as AAE, no quadro apresenta-se o respetivo número de alunos envolvidos em cada atividade através do símbolo  $n$ .

Em seguida, será feita uma análise pormenorizada de cada um dos conhecimentos de GM focados nesta investigação.



**Quadro 9** - Número de alunos que mobilizaram conhecimentos de GM, na realização

Categoria e dimensões da análise		Atividade 1	Atividade 2	Atividade 3	Atividade 4	Atividade 5	Atividade 6
		<i>n</i> = 21	<i>n</i> = 18	<i>n</i> = 18	<i>n</i> = 21	<i>n</i> = 21	<i>n</i> = 19
MatemáticosConhecimentos	1	21 100%					19 100%
	2	16 76%		13 72%	14 67%		14 74%
	3	12 57%					15 79%
	4	14 67%					10 53%
	5	13 62%				12 57%	13 68%
	6		18 100%				
	7		11 61%				

das atividades.



Fazendo uma análise global do quadro 9, retira-se que a maioria dos alunos mostraram ter mobilizado conhecimentos de GM, ao longo de todas as atividades.

Em seguida, apresentam-se os resultados, focando as capacidades de RM invocadas neste estudo. A título de exemplo dos resultados obtidos, mostram-se, ainda, algumas produções escritas dos alunos, que mobilizaram, ou não, essas mesmas capacidades.

### **1. Identificar sólidos através de representações da respetiva planificação**

Do conjunto das seis atividades implementadas no estudo, duas atividades remetiam ao conhecimento de matemática 1. Identificar sólidos através de representações da respetiva planificação. Essas questões eram a atividade 1 (Teste Inicial) e a atividade 6 (Teste Final). Em ambas as atividades, o conhecimento matemático referido foi evidenciado por 100% dos alunos presentes na atividade, pois conseguiram identificar um cubo através da planificação de um dado.

### **2. Resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações**

De todas as atividades implementadas no estudo, quatro atividades remetiam ao conhecimento de matemática 2. Resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações. As atividades em questão eram: a atividade 1, a atividade 3, a atividade 4 e a atividade 6.

Relativamente à atividade 1 (Teste Inicial), na questão 1.2., era pedido para os alunos testarem a sua resposta à questão anterior (tinham de escolher de entre duas conjecturas, qual a verdadeira de acordo com as planificações do cubo - dado), os alunos responderam de várias formas, através de contas, texto ou desenhos, mostrando, assim, que 76% dos alunos evidenciou a mobilização do conhecimento *resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações* (2). A título de exemplo transcreve-se a resposta dada pelos alunos A12 e A17, que demostram respostas diferentes, mas de igual modo corretas, pois ambas evidenciam mobilização do conhecimento em causa.

**Figura 14** - Resposta do aluno A12 à questão 1.1. e 1.3. da atividade 1.

1.1. Observa as planificações dos dados abaixo. Qual a conjectura que apoias: a formulada pela Maria ou a formulada pelo João?

Penso que a conjectura correta seja a do João.

Diferente    igual    igual    diferente

1.2. Descreve o que tens de fazer para testares a tua resposta à questão 1.1.

① - Eu fui às planificações e identifiquei os lados correspondentes.  
 ② - Verifiquei que nem sempre dá o mesmo ~~mesmo~~ valor (7).  
 ③ - Assim eu concordo com o João, porque na sua fala diz que "não dá sempre o mesmo valor", o que significa que só às vezes é que dá o mesmo valor (7).

**Figura 15** - Resposta do aluno A17 à questão 1.1. e 1.2. da atividade 1.

1.1. Observa as planificações dos dados abaixo. Qual a conjectura que apoias: a formulada pela Maria ou a formulada pelo João?

O João tem razão ✓

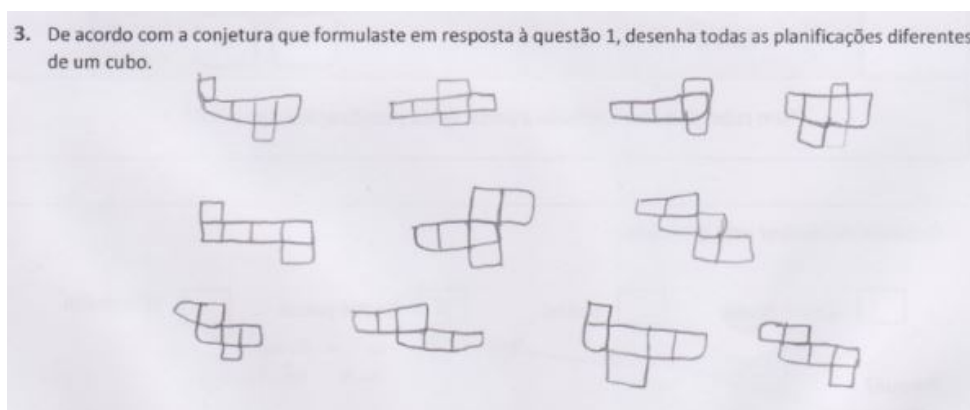
1.2. Descreve o que tens de fazer para testares a tua resposta à questão 1.1.

• é oposto a •  
 Na planificação IV, o • é oposto a •, mas a soma deste não dá 7, tal como o •• oposto a •••, que dá 10. É por isso que concordo com o João.

Focando a atividade 6 e comparando os resultados desta com os resultados da atividade 1, no mesmo conhecimento de GM, nota-se que os alunos não melhoraram os resultados. 74% dos alunos evidenciaram mobilizar o conhecimento em causa, enquanto na atividade 1, foram 76% dos alunos, o que não é uma diferença nada significativa.

No que diz respeito à atividade 3, salienta-se que a análise desta atividade foi feita através das produções escritas dos alunos e da observação da professora estagiária investigadora. Nesta atividade, 72% dos alunos evidenciaram mobilizar o conhecimento referido, resolvendo problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações. Os conhecimentos foram verificados em alunos que conseguiram planificar pelo menos 4 planificações do cubo, pois apesar de alguns alunos já saberem que o cubo apresenta 11 planificações, não conseguiram desenhá-las a todas. Dos 13 alunos que cumpriram com este objetivo, apenas um aluno (A17) conseguiu desenhar todas as planificações que um cubo pode ter, antes de explorar a *applet* (através do manuseamento da *applet* nesta atividade, os alunos conseguiam verificar quantas planificações o cubo tem). A resposta do aluno A24 apresenta-se na figura abaixo.

**Figura 16** - Resposta do aluno A17 à questão 3. a atividade 3.



Quanto à atividade 4, verifica-se que 67% dos alunos evidenciaram mobilizar o conhecimento pretendido na atividade, respondendo corretamente à questão 2.

### 3. Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas

Do conjunto de todas as atividades implementadas no estudo, a atividade 1 (Teste Inicial) e a atividade 6 (Teste Final) remetiam ao conhecimento de matemática 3. Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas.

Comparativamente, os resultados apresentados no quadro 9, das atividades 1 e 6, mostram que os alunos, após as AAE na sala de informática, melhoraram o conhecimento em causa, pois os resultados aumentaram de 57% (atividade 1 - Teste Inicial) para 79% (atividade 6 – Teste Final).

#### **4. Identificar sólidos através da sua representação num contexto**

Das seis atividades implementadas no estudo, novamente, apenas a atividade 1 (Teste Inicial) e a atividade 6 (Teste Final) remetiam ao conhecimento de matemática 4. Identificar sólidos através da sua representação num contexto.

No que concerne à atividade 1, foca-se a questão 3.1. (solicitava o objetivo 4) era pedido para os alunos identificarem o sólido geométrico pintado de azul na figura da questão, e 62% dos alunos evidenciaram mobilizar esse conhecimento. O sólido pintado de azul correspondia a um paralelepípedo ou prisma retangular e todos os alunos que erraram no sólido (33%) enunciaram repostas como “Cubo” (A20), “Prisma triangular” (A21) e “Retângulo” (A19), demonstrando assim dificuldades em distinguir os sólidos geométricos e os sólidos geométricos das figuras geométricas.

Relativamente à atividade 6, verificou-se que os alunos, novamente, confundiram os sólidos geométricos com as figuras geométricas, em que apenas 53% dos alunos conseguiu identificar o sólido pretendido.

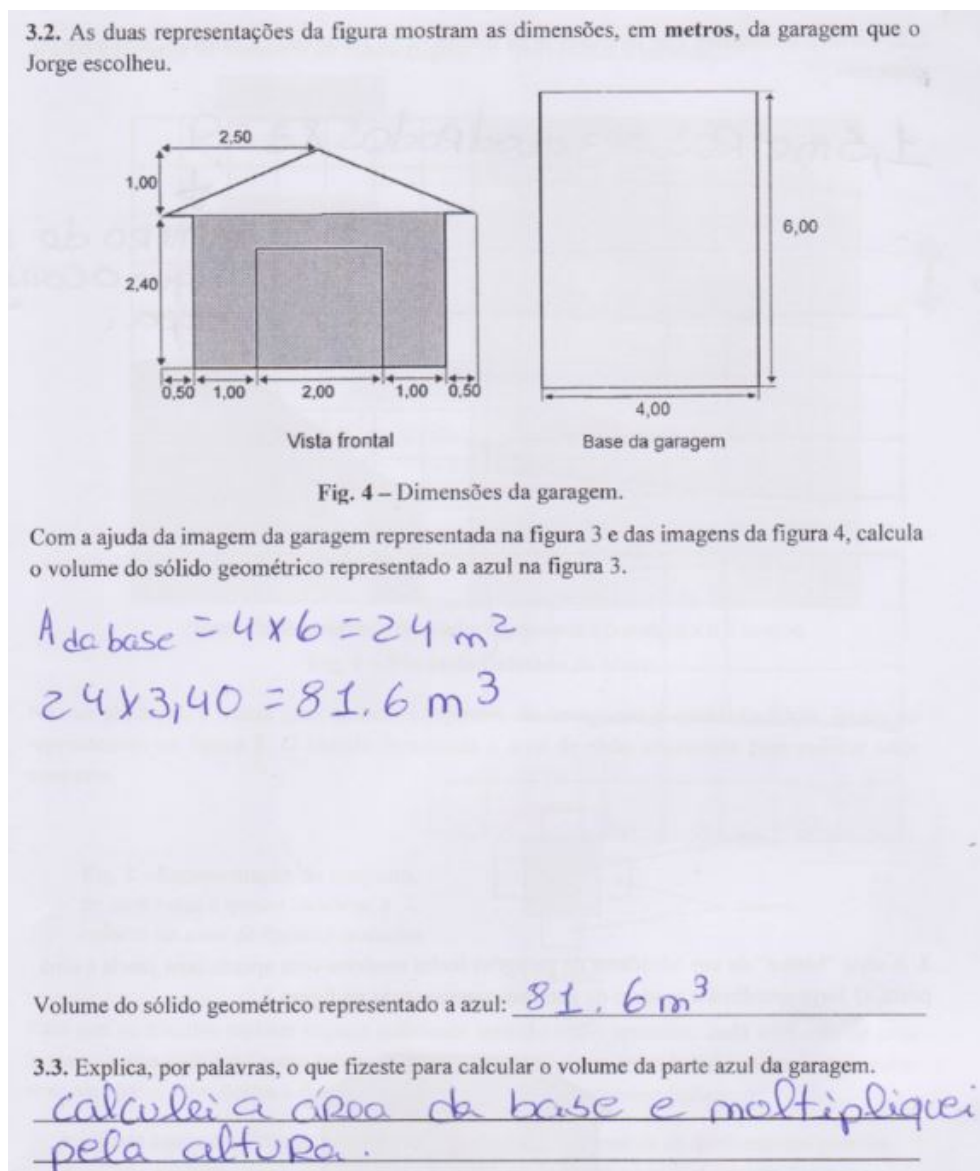
Assim, verifica-se que não existiu uma evolução positiva relativa a este conhecimento, da atividade 1, para a atividade 6.

#### **5. Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos**

As atividades que remetiam ao conhecimento 5. Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos são três: a atividade 1 (Teste Inicial), a atividade 5 e a atividade 6 (Teste Final).

Quanto à atividade 1, as questões 3.2. e 3.3. abrangiam o presente conhecimento e verificou-se que quatro alunos, apesar de usarem a fórmula correta para o cálculo do volume, erraram a calcular o volume do paralelepípedo a azul (que era o pedido pela questão 3.2.), porque se enganaram a identificar o valor da altura. Na figura 17, verifica-se um exemplo desse caso.

**Figura 17** - Resposta do aluno A5 à questão 3.2. e 3.3. da tarefa 1.



Apesar do enunciado, o conhecimento em causa foi evidenciado por 62% dos alunos na atividade 1 (Teste Inicial).

Relativamente à atividade 6 (Teste Final), foi evidenciada por 13 alunos dos 19 alunos presentes nesta atividade, e verificou-se que comparativamente à atividade 1 (Teste Inicial), este conhecimento foi evidenciado por mais 6% dos alunos (melhorou de 62% para 68%).

Na atividade 5, os alunos tinham de analisar duas tabelas com as medidas da largura, comprimento e altura de dois prismas e relacionar essas medidas e o respetivo

volume que não estava representado. Assim, os alunos teriam que entender que o volume teria de ser calculado para se resolver algumas questões. Contudo, nem todos os alunos foram capazes de calcular o volume e relacionar os volumes dos prismas, apenas 57% dos alunos o conseguiu fazer. Verificou-se, ainda, que 5 dos 43% dos alunos que não conseguiram mobilizar o objetivo pretendido, responderam erradamente às questões 1.4. e 2.4.. O objetivo destas questões consistia em os alunos calcularem o volume de quatro prismas e concluírem que apesar das dimensões (largura, comprimento e altura) de cada prisma ser o dobro (em 1.4.) ou o triplo (em 2.4.), o volume não seguia essa regra. Contudo, 5 alunos não calcularam o volume dos prismas e assumiram que o volume destes também seria o dobro (em 1.4.) e o triplo (em 2.4.). Como exemplo, exhibe-se a resposta do aluno A3.

**Figura 18** - Resposta do aluno A3 às questões 1.4. e 1.5. da atividade 5.

1. A Ana planificou e construiu dois modelos de prismas e registou as dimensões de cada um na seguinte tabela:

Prisma	Polígono da base		Altura
	Largura	Comprimento	
A	1 unidade	2 unidades	3 unidades
B	2 unidades	4 unidades	6 unidades

1.1. Relaciona a medida da largura do polígono da base do prisma A com a medida da largura do polígono da base do prisma B. O que podes concluir?  
É o dobro.

1.2. Relaciona a medida do comprimento do polígono da base do prisma A com a medida do comprimento do polígono da base do prisma B. O que podes concluir?  
É o dobro.

1.3. Relaciona a medida da altura do prisma A com a medida da altura do prisma B. O que podes concluir?  
É o dobro.

1.4. Sem fazer cálculos, formula uma conjectura sobre se existe alguma relação e qual entre a medida do volume do prisma A e a medida do volume do prisma B.  
É a metade.

1.5. Descreve o que podes fazer para testares a conjectura que formulaste na tua resposta à questão 1.4.

$\frac{1}{2} \times 2 = 1.$   
 $\frac{1}{2} \times 4 = 2.$   
 $\frac{1}{2} \times 6 = 3.$

1.6. Aplica o que descreveste em 1.5., a dois casos (dois exemplos concretos).

Sólido A →  
 Sólido B →

O sólido A é a metade do sólido B.



## **6. Reconhecer propriedades dos sólidos geométricos como as arestas, os vértices e as faces (bases e faces laterais).**

O conhecimento enunciado em cima (6) apenas foi invocado na atividade 2. Em relação à mesma atividade, no quadro 9, verifica-se que todos os alunos (100%) evidenciaram mobilizar o conhecimento em causa, uma vez que todos os alunos conseguiram distinguir as arestas, os vértices e as faces das pirâmides.

## **7. Reconhecer que a relação de Euler vale em qualquer prisma e qualquer pirâmide**

Tal como o conhecimento 6 (Reconhecer propriedades dos sólidos geométricos como as arestas, os vértices e as faces (bases e faces laterais)), o conhecimento 7. Reconhecer que a relação de Euler vale em qualquer prisma e qualquer pirâmide, apenas foi trabalhado na atividade 2.

No que respeita a atividade 2, destaca-se a questão 2.1. que pretendia que os alunos, através da observação e análise da tabela apresentada na atividade e, após o preenchimento dela, formassem uma conjectura. A conjectura pretendida era Relação de Euler. Assim o conhecimento 7. Reconhecer que a Relação de Euler vale em qualquer prisma e qualquer pirâmide, foi mobilizado por 61% dos alunos. Nesta questão, três alunos formularam a conjectura “Todos os números desta tabela são da tabuada do 2” (A4) que, apesar de estar correto, não corresponde à resposta pretendida para a questão. Dos 18 alunos presentes na aula, 4 não responderam à questão.

Em suma, a partir dos resultados obtidos, constatou-se que as atividades matemáticas, realizadas em situação de AAE e com foco na exploração de *applets*, contribuíram para os alunos desenvolverem os seus conhecimentos matemáticos relativos a GM.

### **4.3. Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas nas AAE, com foco na exploração de *applets*, visando o RM.**

No atual ponto são apresentados os resultados obtidos referente à questão de investigação sobre a opinião dos alunos relativamente às atividades realizadas, com exploração de *applets* nas AAE, visando o RM. Os resultados foram obtidos através da análise das respostas dos alunos aos questionários implementados no final das

atividades conduzidas na sala de informática, em que os alunos exploraram *applets* (Apêndice B).

Seguidamente, apresentam-se os resultados obtidos por atividade, da atividade 2 à atividade 5, que foram as AAE em que os alunos fizeram atividades na sala de informática com a exploração de *applets*. Os resultados obtidos serão representados sob forma de quadros, revelando o número de alunos (e a respetiva percentagem) que selecionou as opções presentes nas questões de resposta fechada. Apresentam-se, ainda, resultados obtidos decorrentes da análise das respostas dos alunos às questões de resposta aberta e algumas transcrições dessas respostas.

### **Atividade 2 – Explorando sólidos geométricos**

Nesta aula estiveram presentes 18 alunos.

Nos quadros que se seguem apresentam-se os resultados da questão de resposta fechada da atividade 2 [O que achaste da atividade realizada nesta aula de apoio ao estudo em matemática?], em que os alunos deveriam assinalar uma ou duas opções de respostas. Todos os alunos presentes responderam a esta questão. Dado que, no fim da questão ser apresentada, a afirmação “assinala uma ou duas opções”, os resultados estão agrupados consoante o número de opções escolhidas, que os alunos utilizaram para responder.

**Quadro 10** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 2, que responderam apenas uma opção

	Número de respostas
<b>Divertida</b>	<b>5</b>
<b>Desafiante</b>	<b>3</b>

Oito alunos responderam com apenas uma opção à questão, em que a maioria classificou a AAE como *divertida*.

**Quadro 11** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 2, que responderam duas opções.

	Número de respostas
<b>Desafiante</b>	<b>5</b>
<b>Divertida</b>	<b>6</b>
<b>Motivadora</b>	<b>3</b>

Sete alunos responderam com duas opções à questão, destacando os adjetivos positivos presentes nas opções de resposta relativamente às AAE.

**Quadro 12** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 2, que responderam três opções.

	Número de respostas
<b>Desafiante</b>	<b>3</b>
<b>Divertida</b>	<b>3</b>
<b>Motivadora</b>	<b>3</b>

Três alunos não cumpriram com o pedido e responderam com três opções à questão. Os três alunos deram a mesma resposta, assinalando as atividades feitas em AAE como *desafiantes*, *divertidas* e *motivadoras*.

Ao analisar os quadros com as respostas dos alunos a esta questão, verificou-se que todos os alunos acharam as atividades realizadas como *desafiantes*, *divertidas* e *motivadoras*.

A questão seguinte do questionário pedia para os alunos justificarem a sua escolha relativamente à questão acima mencionada. A maior parte dos alunos considerou as atividades “diferentes por trabalhar no computador” (A10), ou seja, “uma forma diferente de aprender” (A11). A maioria dos alunos destacou o uso do computador para tornar a aula diferente e “fixe para aprender” (A14), no entanto dois alunos responderam que as atividades eram “difíceis” e outros dois alunos não responderam à questão.

Quanto à última pergunta do questionário [O que menos gostaste desta aula?], os alunos apresentaram respostas mais dispersas, três alunos admitiram que as atividades eram “difíceis” (A4, A17 e A18), não sabendo o que eram conjeturas, outros dois alunos afirmaram que não gostaram dos “exercícios que não conseguiram fazer” (A9 e A13), cinco alunos responderam “nada”, e outros cinco alunos manifestaram o seu desagrado por trabalharem em conjunto com um colega no mesmo computador, situação que foi observada durante a AAE em questão. Os restantes alunos não responderam à questão.

### **Atividade 3 – Explorando planificações de cubos**

Nesta aula estiveram presentes 18 alunos.

Nesta atividade, o questionário foi mais curto, com apenas duas questões para saber se os alunos gostaram de realizar a atividade e a sua justificação. Dado a primeira questão ser de resposta fechada, o quadro x apresenta os resultados obtidos. Nesta questão os alunos presentes apenas tinham de selecionar uma opção. Todos os alunos responderam a ambas as questões.

**Quadro 13** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 3.

	Número de respostas	%
<b>Gostei muito</b>	<b>7</b>	<b>39%</b>
<b>Gostei</b>	<b>9</b>	<b>50%</b>
<b>Gostei pouco</b>	<b>2</b>	<b>11%</b>
<b>Não gostei</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Após a análise do quadro 13, verifica-se que 50% dos alunos assinalou a resposta “Gostei” e 39% assinalou “Gostei muito”. Verifica-se que a maioria dos alunos (89%) gostaram de realizar a atividade proposta e apenas 11% gostaram pouco.

Na questão de resposta aberta que pedia para justificarem a resposta acima, os alunos justificaram-se com adjetivos como *Divertida*, *Interessante*, *Diferente*, *Motivadora*, *Didática*, *Desafiante* e *Lúdica*. Existiram, ainda, respostas como “Deu para aprender coisas novas”, “Porque trabalhei no computador” e “Porque fiquei a saber todas as planificações do cubo”.

#### **Atividade 4 - Explorando áreas e volumes I**

Nesta aula estiveram presentes 21 alunos.

Na atividade 4 optou-se por realizar duas questões de resposta fechada e duas questões de resposta aberta no questionário. Começou-se por questionar “Consideras que a exploração da *applet* aumentou a tua motivação para realizares esta atividade?”. No quadro 14 estão exibidas as respostas dos alunos a essa questão.

**Quadro 14** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 4.

	Número de respostas	%
<b>Aumentou muito</b>	<b>4</b>	<b>19%</b>
<b>Aumentou</b>	<b>11</b>	<b>52%</b>
<b>Aumentou pouco</b>	<b>0</b>	<b>0%</b>

<b>Não aumentou</b>	<b>4</b>	<b>19%</b>
<b>Não respondeu</b>	<b>2</b>	<b>10%</b>

Com a análise do quadro 14, verifica-se que a atividade proposta para esta aula, com exploração de *applets* no computador, contribuiu para *aumentar e aumentar muito* a motivação dos alunos para a realização da mesma. 71% dos alunos assumem que o manuseamento de *applets* aumentou a sua motivação para a realização da atividade, e 19% concordam que a exploração das *applets* não contribuiu para se motivarem na realização da atividade.

Relativamente à autoavaliação que os alunos fizeram sobre a sua participação na atividade, em que tinham de responder à questão de resposta fechada “Classifica a tua participação nesta atividade”, os resultados são semelhantes aos resultados da questão anterior. O quadro 15 expõe as respostas dos alunos.

**Quadro 15** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 4.

	<b>Número de respostas</b>	<b>%</b>
<b>Participei com entusiasmo</b>	<b>6</b>	<b>29%</b>
<b>Participei</b>	<b>9</b>	<b>42%</b>
<b>Participei pouco</b>	<b>3</b>	<b>14%</b>
<b>Não participei</b>	<b>1</b>	<b>5%</b>
<b>Não respondeu</b>	<b>2</b>	<b>10%</b>

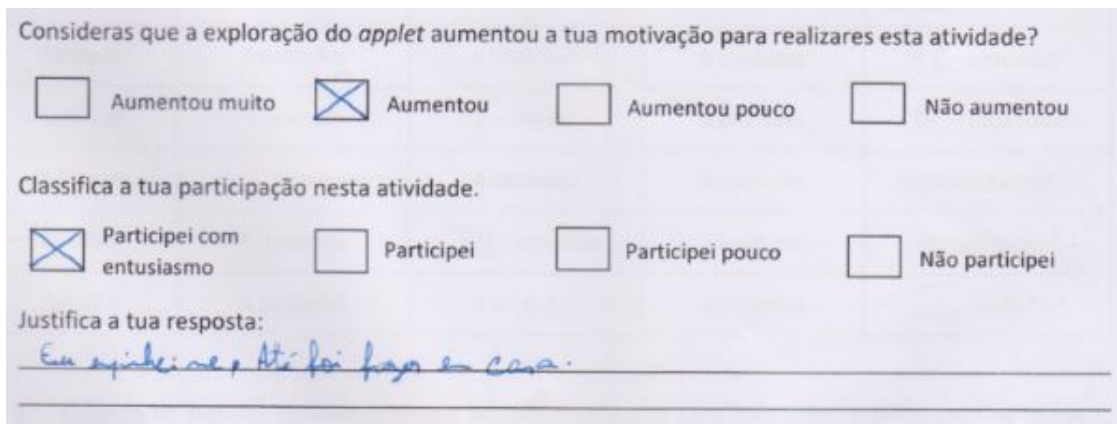
Pela análise do quadro 15, destaca-se que a maior percentagem obtida (42%) é relativa à resposta “participei” e a menor percentagem (5%) é relativa à resposta “Não participei”. Assim, pode afirmar-se que a maioria dos alunos acharam que *participaram e participaram com entusiasmo* na atividade desta aula.

A questão seguinte pedia para os alunos justificarem a sua resposta à questão anterior, ou seja, era uma questão de resposta aberta.

Da análise das respostas, apurou-se que 13 alunos que responderam à questão anterior “Participei” e “Participei com entusiasmo”, justificaram-se com as seguintes respostas: “Porque gostei de mexer no computador”, “Porque aprendi coisas novas”, “Fácil, rápida, divertida e deu para ver se está certo”, “Porque desenvolveram as capacidades de construir sólidos” e “Atividade interessante, mas um pouco difícil”, “Porque usamos os computadores e foi mais divertida”, “Porque consegui fazer tudo”, “Porque tinha exercícios motivadores” e outras respostas que afirmaram que a atividade

era interessante, divertida e diferente. Destaca-se a resposta de um aluno, que afirma ter “participado com entusiasmo” justificando a escolha com a seguinte resposta:

**Figura 19** - Resposta do aluno A8 à segunda questão do questionário da atividade 4.



Consideras que a exploração do *applet* aumentou a tua motivação para realizares esta atividade?

☐ Aumentou muito    ☒ Aumentou    ☐ Aumentou pouco    ☐ Não aumentou

Classifica a tua participação nesta atividade.

☒ Participei com entusiasmo    ☐ Participei    ☐ Participei pouco    ☐ Não participei

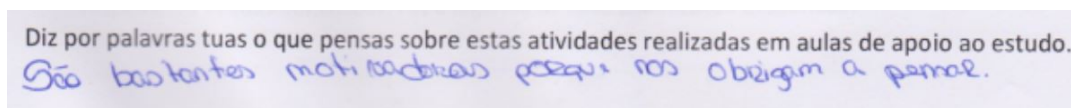
Justifica a tua resposta:

*Eu participei, Ati foi feita em casa.*

Quanto aos alunos que responderam “Participei pouco” e “Não participei” justificaram-se com “Gostei, mas não foi muito entusiasmante” (A8), “Fichas muito grandes” (A14), “Não gostei muito, não estava a perceber” (A21) ou então optaram por não responder.

Na última questão [Diz por palavras tuas o que pensas sobre estas atividades realizadas em aulas de apoio ao estudo.] mais de metade dos alunos não respondeu, concretamente 12 alunos. No que toca às respostas dos alunos que responderam, estas foram muito semelhantes, classificando as atividades como “Divertidas”, “Diferentes”, “Fixes”, “Interativas”, “Novas” e “interessantes”, destacando-se a resposta do aluno A16.

**Figura 20** - Resposta do aluno A16 à última questão do questionário da atividade 4.



Diz por palavras tuas o que pensas sobre estas atividades realizadas em aulas de apoio ao estudo.

*São bastantes motivadoras porque nos obrigam a pensar.*

## Atividade 5 – Explorando áreas e volumes II

Nesta aula estiveram presentes 21 alunos.

Na última atividade na sala de informática, optou-se por fazer apenas duas questões no questionário. A primeira de resposta aberta, questionando quais as vantagens e desvantagens da utilização da *applet* na realização das atividades; e a segunda, de resposta fechada, questionando aos alunos a sua opinião sobre as atividades realizadas nas AAE (questão igual à primeira questão do primeiro questionário implementado).

No que diz respeito às respostas obtidas à questão “Indica uma Vantagem e desvantagem da utilização da *applet* na realização desta atividade.”, mostram-se, nos quadros seguintes, as respostas dos alunos de forma resumida e o número de respostas dada por cada ideia. Dos 21 alunos presentes nesta aula, 5 alunos não responderam à questão.

**Quadro 16** - Opinião dos alunos sobre as vantagens da utilização da *applet*.

Vantagens da utilização da <i>applet</i> nas atividades	Número de respostas
“Atividades Interessantes e divertidas”	7 (32%)
“Ajuda a verificar as respostas e se estamos a racionar bem”	5 (24%)
“Aprendemos coisas novas”	5 (24%)
“Os exercícios tornam-se mais fáceis com a ajuda das <i>applets</i> ”	2 (10%)
Não respondeu	2 (10%)

**Quadro 17** - Opinião dos alunos sobre as desvantagens da utilização da *applet*.

Desvantagens da utilização da <i>applet</i> nas atividades	Número de respostas
“Devíamos pensar em vez de irmos à <i>applet</i> ”	3 (14%)
“Difícil de manusear”	3 (14%)
“As <i>applets</i> ensina-nos algumas coisas que já sabemos”	2 (10%)
“Não há”	4 (19%)
Não apontou desvantagens da utilização dos <i>applets</i> *	6 (29%)
Não respondeu	3 (14%)

Da análise das respostas dos alunos, averiguou-se que dos 6 alunos (29%) que apontaram uma vantagem da utilização das *applets*, não se pronunciaram em relação a desvantagens do uso de *applets*, dando assim uma resposta incompleta.

Nos quadros acima apresentados, verifica-se que a maioria dos alunos apontou mais vantagens do que desvantagens da utilização das *applets* na realização das atividades, sendo estas apontadas por 32% dos alunos, como mais “interessantes e divertidas”. Quanto às desvantagens, destaca-se o difícil manuseamento das *applets* por 3 alunos (14%) e ainda por outros 3 alunos (14%) a desvantagem de que as *applets* não fazem pensar.

Nos quadros que se seguem apresentam-se os resultados da questão de resposta fechada da atividade 5 [O que achaste da atividade realizada nesta aula de apoio ao estudo em matemática?], em que os alunos deveriam assinalar uma ou duas opções de respostas. Dado que a maioria dos alunos respondeu mais do que duas

opções, agruparam-se os resultados dado o número de opções que os alunos responderam. Dos 21 alunos presentes nesta aula, 3 alunos não responderam à questão.

**Quadro 18** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam apenas uma opção.

	Número de respostas
<b>Divertida</b>	<b>2</b>
<b>Aborrecida</b>	<b>1</b>

Três alunos responderam com apenas uma opção à questão, em que a maioria classificou a AAE como divertida.

**Quadro 19** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam duas opções.

	Número de respostas
<b>Desafiante</b>	<b>1</b>
<b>Divertida</b>	<b>5</b>
<b>Motivadora</b>	<b>4</b>
<b>Entediante</b>	<b>2</b>

Seis alunos responderam com duas opções à questão, destacando os adjetivos positivos relativamente às AAE.

**Quadro 20** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam três opções.

	Número de respostas
<b>Desafiante</b>	<b>6</b>
<b>Divertida</b>	<b>7</b>
<b>Motivadora</b>	<b>7</b>
<b>Aborrecida</b>	<b>1</b>

Sete alunos responderam com três opções à questão. Verifica-se que apenas um aluno classificou as AAE como *aborrecida* na sua resposta e os restantes 6 alunos identificaram as AAE como *desafiantes*, *divertidas* e *motivadoras*.



**Quadro 21** - Opinião dos alunos sobre as atividades realizadas na atividade 5, que responderam quatro opções.

	Número de respostas
<b>Desafiante</b>	<b>2</b>
<b>Divertida</b>	<b>3</b>
<b>Motivadora</b>	<b>3</b>
<b>Aborrecida</b>	<b>1</b>
<b>Entediante</b>	<b>3</b>

Três alunos responderam com quatro opções à questão. Desta vez, o adjetivo *entediante* iguala-se a divertida e motivadora, relativamente às AAE.

Verificou-se que a maioria dos alunos não cumpriram o que era pedido na questão (assinalar uma ou duas opções de resposta), respondendo três ou quatro opções na questão resposta fechada.

Durante a observação desta AAE e, após a análise dos questionários desta atividade, apurou-se que alguns alunos não acabaram de resolver as atividades e, portanto, não foram verificar as respostas dadas à *applet*, ou seja, nesta atividade não recorreram ao computador, como era pedido, acabando por classificarem as atividades como *entediante*s e *aborrecidas*.

Em suma, apesar de surgirem respostas menos positivas, classificando as atividades feitas em AAE como aborrecidas e/ou entediantes, a grande maioria dos alunos destaca as atividades feitas nas AAE como desafiante, divertidas e motivadoras.



## Capítulo 5 – Conclusões

Este último capítulo encontra-se estruturado em quatro pontos. Começa-se por apresentar uma síntese conclusiva dos resultados, de acordo com as questões de investigação. Em seguida, apontam-se as limitações do presente estudo. Posteriormente, surgem algumas sugestões para futuras investigações. Por fim, procede-se às considerações finais, em que se reflete sobre todo o trabalho feito.

### 5.1. Síntese conclusiva dos resultados

Com o presente estudo pretendeu-se dar resposta a três questões de investigação, que se recordam: “Qual o contributo de atividades matemáticas, através da exploração de *applets*, para desenvolver o RM, pelos alunos em situação de aulas de apoio ao estudo?”; “Qual o contributo de atividades matemáticas, através da exploração de *applets*, para desenvolver o conhecimento matemático no âmbito de GM, pelos alunos em situação de aulas de apoio ao estudo?” e “Qual a opinião dos alunos sobre as atividades realizadas, com foco na exploração de *applets*, em situação de aulas de apoio ao estudo?”.

No que diz respeito à primeira questão formulada, concluiu-se que as atividades implementadas, em situação de AAE, e com recurso à exploração de *applets*, contribuíram para desenvolver o RM dos alunos.

Conforme o quadro 8, verifica-se que os alunos evidenciaram mobilizar as capacidades de RM em estudo – formular conjecturas (A), testar conjecturas (B) e explicar procedimentos (C). No entanto, os resultados obtidos nas questões de cada atividade não demonstram uma evolução frequente das capacidades de RM, com o decorrer das AAE.

No que concerne à capacidade de formular conjecturas (A), pode verificar-se que, nas aulas em que os alunos exploraram *applets*, os resultados foram os mais baixos comparativamente às outras capacidades, obtendo valores entre os 0 e 61%. Contudo, se analisarmos os resultados da atividade 1 (realizada na primeira aula) e da atividade 6 (realizada na última intervenção), apura-se que a percentagem de alunos que formulou conjecturas aumentou de 57% para 84%.

Quanto à capacidade de testar conjecturas (B), constata-se que a maioria dos alunos mobilizou esta capacidade, verificando-se resultados acima dos 50% em todas as atividades. Com exceção da atividade 5, uma vez que nas questões 1.6. e 2.6. obteve-se

a percentagem de 14% relativamente aos alunos que evidenciaram mobilizar esta capacidade. Notou-se, ainda, que esta capacidade foi evidenciada pelos alunos através da diversidade de respostas dadas que variavam entre cálculos, desenhos, esquemas e texto.

Em relação à capacidade de explicar procedimentos (C) averigua-se, tal como na capacidade de formular conjecturas (A), que o número de alunos que mobilizou a capacidade (C) foi mais reduzido nas aulas em que os alunos exploraram *applets*. Verificou-se, ainda, que muitas vezes os alunos confundiam a capacidade de testar conjecturas (B) com a capacidade de explicar procedimentos (C).

Em suma, pode concluir-se que as atividades implementadas contribuíram para a promoção de capacidades de RM em conformidade com os resultados obtidos, tendo a maioria dos alunos demonstrado uso destas capacidades.

Relativamente à segunda questão de investigação, pretendia-se saber “Qual o contributo de atividades matemáticas, com foco na exploração de *applets* visando o RM em situação de AAE, no desenvolvimento/mobilização do conhecimento matemático no âmbito de GM?”. A partir dos resultados obtidos, constatou-se que as atividades matemáticas, realizadas em situação de AAE e com foco na exploração de *applets*, contribuíram para os alunos desenvolverem e mobilizarem os seus conhecimentos matemáticos relativos a GM.

A respeito dos conhecimentos de GM focados neste estudo, destacam-se o conhecimento 1 (Identificar sólidos através de representações da respetiva planificação) e o conhecimento 6 (Reconhecer propriedades dos sólidos geométricos como as arestas, os vértices e as faces), que foi mobilizado por 100% dos alunos. Quanto ao conhecimento 3 (Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas) na atividade 1 e o conhecimento 5 (Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos) na atividade 5, obtiveram as percentagens mais baixas relativamente à mobilização dos conhecimentos de GM dos alunos (57%). Contudo, os resultados respeitantes aos conhecimentos matemáticos de GM foram evidenciados, sempre, por mais de metade dos alunos por atividade.

Com a última questão de investigação, pretendia-se saber qual a opinião dos alunos sobre as atividades realizadas, com foco na exploração de *applets*, em situação de AAE. Os alunos classificaram as atividades feitas na AAE como *desafiantes, divertidas e motivadoras*.

Pode, ainda, afirmar-se, que, dado os resultados obtidos, existiram melhores resultados relativos à mobilização/desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos de GM, uma vez que os alunos evidenciaram mobilizar mais os conhecimentos matemáticos de GM do que as capacidades de RM.

## **5.2. Limitações do estudo**

No presente estudo existiram algumas limitações. Dado os objetivos e finalidades do estudo, era necessário a utilização de computadores pelos alunos para estes explorarem *applets*, contudo não existia nenhuma sala de informática com mais de 13 computadores por sala. Essa limitação obrigou que a maioria dos alunos trabalhasse em simultâneo com outro colega no mesmo computador. O facto de estarem dois alunos por computador, dificultou a realização das atividades propostas e alterou o comportamento destes.

## **5.3. Sugestões para trabalhos futuros**

Neste ponto apontam-se algumas sugestões pertinentes para futuros investigadores e professores na área da Matemática.

- Tendo em conta os resultados obtidos, podia desenvolver-se um estudo em que as questões de cada atividade fossem mais claras e curtas, de forma a melhorar os resultados obtidos.
- Desenvolver um estudo semelhante, mas em contexto de sala de aula e recorrendo a *tablets* para a exploração das *applets*. Assim os alunos teriam oportunidade de explorar individualmente as *applets* e na realização das atividades também demorariam menos tempo.
- Desenvolver o mesmo estudo, mas criar atividades matemáticas com outros domínios programáticos, diferentes de GM, ou nomeadamente os domínios que os alunos estivessem a trabalhar durante a implementação do estudo.

## **5.4. Considerações finais**

Neste último ponto faz-se um balanço de todo o estudo, expondo aspetos relevantes e uma reflexão de todo o trabalho feito.

Terminado o projeto em estudo, é tempo de refletir sobre toda a prática a nível pessoal e profissional. Refletir sobre a reflexão na ação, possibilitando, assim, a compreensão dos problemas e procura de soluções adequadas (Day, 1999). Também Nóvoa (1992) afirma que a reflexão se assume como uma exigência profissional para enfrentar e resolver diariamente situações únicas e inesperadas. Alarcão (1996) defende que ser reflexivo é “ter a capacidade de utilizar o pensamento como atribuidor de sentido (...) unindo cognição e afetividade num ato específico” (pp.174-175), surgindo “geralmente uma reorganização ou um aprofundamento do nosso conhecimento com consequências a nível da ação” (p.179). Com isto, defendo que a reflexão durante todo o processo do relatório desde a planificação à implementação do projeto foi importante, no sentido que me ajudou a compreender certos problemas. Por exemplo, durante a implementação das atividades surgiram contratempos ou dúvidas dos alunos que não foram previamente identificadas e tiveram de arranjar-se soluções no momento das atividades e/ou para as futuras atividades.

Salienta-se que, ao longo deste estudo, houve a conjugação de dois papéis: o de professora (estagiária) e o de investigadora. Segundo Oliveira e Serrazina (2002) é algo fundamental, uma vez que “o professor investigador tem de ser um professor reflexivo, mas trata-se de uma condição necessária e não de uma condição suficiente” (p. 34).

Atualmente, os avanços na tecnologia são cada vez mais rápidos e contínuos; o ensino deve, portanto, acompanhar esses progressos, usando as tecnologias da melhor forma para ajudar os professores e alunos. Assim, surgiu a ideia de elaborar um estudo que envolvesse a utilização de recursos tecnológicos dentro da sala de aula. Devido ao potencial pedagógico do computador e das suas potencialidades, decidiu utilizar-se um dos muitos recursos tecnológicos que o computador nos oferece, as *applets*. Com a utilização das *applets*, procurou-se promover a mobilização/construção do RM e de conhecimentos matemáticos de GM.

Durante a prática pedagógica da professora estagiária investigadora foi notado que, nas aulas de matemática, as capacidades de RM eram pouco invocadas, ou seja, eram escassas as questões que evidenciavam mobilização/desenvolvimento destas capacidades. Razão pela qual os alunos, nas primeiras AAE, se manifestaram sobre as atividades: “Estes exercícios são difíceis!”. Em contrapartida, nas últimas AAE, notou-se que os alunos realizavam as questões das atividades sem se mostrarem incomodados com a dificuldades das questões, encarando estas como desafios. Assim, afirma-se que o estudo foi importante para os alunos se familiarizarem com termos como *applet*, conjecturas ou RM.

As atividades em suporte papel que acompanham a exploração da *applet*, por parte dos alunos, foram fundamentais e necessárias para os alunos conseguirem desenvolver capacidades de RM e conhecimentos de GM, como também orientar os alunos na exploração das *applets*.

Neste sentido, existiu um grande investimento por parte da professora estagiária investigadora, uma vez que a utilização de computadores em sala de aula, mais concretamente o manuseamento de *applets*, ainda deixa os alunos irrequietos por ser uma atividade diferente. Também as atividades foram cuidadosamente pensadas e preparadas, de forma a que os alunos não dispersassem nas AAE.

A partir da observação, e também dos questionários realizados pelos alunos, verificou-se que o grande número de alunos comparado com o pequeno número de computadores da sala de informática ajudou que os alunos ficassem mais irrequietos, não tendo, por vezes, o melhor comportamento dentro da sala. Isto porque a maioria dos alunos teve que partilhar o computador com um colega e observaram-se guerrilhas pelo rato do computador ou partilha das respostas da atividade. Posto isto, em alguns momentos, teve de alterar-se a planta de alunos da sala de informática, mudando os alunos de lugar, de forma a ficarem com outros colegas de computador e não perturbarem a aula/colega.

O papel de observadora participante nas AAE e o controlo de alguns comportamentos menos corretos de alguns alunos dificultou um registo sistemático no diário do investigador. Para resolver essa lacuna e tornar o diário do investigador mais completo e pormenorizado, no final de cada aula, recorreu-se aos professores que estavam presentes nas AAE, para refletir e partilhar episódios das aulas e, assim, completar o diário do investigador.

Após a implementação das atividades e do estudo realizado, defende-se a realização de um pré-teste a todos os materiais construídos e adaptados para o estudo, com alunos que não participassem no estudo. Nesta perspetiva, procura-se testar a clareza e dificuldade das questões, como também o tempo de execução. Esta fase do estudo, testava a aplicabilidade das atividades e melhorava a análise de dados.

Tendo em conta os resultados deste estudo parece importante continuar a fazer estudos neste sentido e evidenciar que os programas e metas curriculares de matemática, e das outras áreas disciplinares, deveriam incorporar mais atividades relacionadas com o uso das novas tecnologias. Assim, permitia-se que o professor tivesse estratégias mais ricas e diversificadas enquanto os alunos usufruíam de atividades mais desafiantes e motivadoras.

Outro aspeto a salientar prende-se com a educação matemática, defendendo que o RM deverá ser implementado e incentivado na sala de aula, a propósito de todos os domínios programáticos, desde os primeiros anos de escolaridade.

Em suma, importa referir que a realização deste trabalho de investigação contribuiu para aprender e crescer a nível profissional e pessoal. Ajudou ainda a ter-se um conhecimento mais profundo das capacidades de RM e dos domínios de matemática trabalhados.



## Referências Bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação Básica, Departamento de Educação Básica.

Afonso, N. (2005). *Investigação naturalista em educação*. Lisboa: Asa Editores.

Agência de Execução relativa à Educação, ao Audiovisual e à Cultura, 2011. *O Ensino da Matemática na Europa: Desafios Comuns e Políticas Nacionais*. Direção geral de estatísticas da educação e ciência.

Alarcão, I. (1996). *Ser professor reflexivo*. Porto: Porto Editora. Pp. 173-189.

Almeida, A. (2012). *Raciocínio Matemático e Pensamento Crítico: um estudo correlacional*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro, Portugal.

Alves, A., & Miranda, L. (2008). Educação matemática crítica na escola. Luengo, R., Gómez, B., Camacho, M., Blanco, L. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, 7, p. 709-716. Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Amado, J. (2013). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Associação de Professores de Matemática (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática Parecer*. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática. (2001). *Posição da APM sobre tecnologias na educação matemática*. Educação e Matemática n.º 61, 24. Lisboa: APM.

Beirão, M. E. F. M. (2012). *O desenvolvimento do raciocínio matemático apoiado pelo uso continuado de critérios de avaliação: um estudo com alunos do 2.º ciclo do Ensino Básico*. Relatório de Estágio de mestrado, Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, Portugal.

Boavida, A. M., & Menezes, L. (2012). Ensinar matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e raciocinar: contornos e desafios. *Investigação em Educação Matemática*, 287-295.

Boavida, A., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico—Programa de Formação Contínua para Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto: Porto Editora.

Canavarro, A. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Canavarro, A. P., & Ponte, J. P. D. (2005). *O papel do professor no currículo de Matemática*. O professor e o desenvolvimento escolar, 63-89.

Carmo, H. & Ferreira, M. (2008). *Metodologia da Investigação*. Lisboa: Universidade Aberta.

Carmo, H. & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da investigação, guia para auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Choupina, A. (2007). *O Computador no processo de ensino da matemática: um estudo com professores do 2º Ciclo do Ensino Básico*. Tese de Mestrado. Universidade Portucalense: Porto.

Comissão Europeia (2000). *Relatório Europeu sobre a qualidade do ensino básico e secundário*.

Coutinho, C. P. (2000). *Instrumentos na Investigação em Tecnologia Educativa: escolha e avaliação*. *Revista Galaico-Portuguesa de Psicologia e Educacion*. Atas do V Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia, 155-166.

Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina, S.A.

Coutinho, C. P., & Chaves, J. H. (2002). O estudo de caso na investigação em Tecnologia Educativa em Portugal.

Davis, C., & Oliveira, Z. D. (1994). *Psicologia na educação*. São Paulo: Ed. Cortez.

Day, C. (1999). *Developing teachers: The challenges of lifelong learning*. London: Falmer.

Kensi, V. (2008). Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação. São Paulo: Papyrus Editora.

LBSE (1986). Lei nº 46 de 14 de outubro de 1986, art.7º a). Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (second edition). England: Pearson Education Limited.

Moreira, F. (2015). *Abordagens da temática das plantas num contexto EDS orientado para o Pensamento Crítico no 1.ºCEB*. Relatório Final, Universidade de Aveiro, Portugal.

Mota, D. (2014). *Tarefas Matemáticas para promover o Raciocínio Matemático de alunos do Ensino Básico*. Relatório de Estágio, Universidade de Aveiro, Portugal.

NCTM (2005). *Principles and Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, 4.ª Ed. (Obra original publicada em 2000).

Neto, C.. (2006). *O Papel da Internet no processo de construção do conhecimento: uma perspectiva crítica sobre a relação dos alunos do 3º Ciclo com a Internet*. Dissertação de Mestrado. Braga: Universidade do Minho.

Nóvoa, A. (1992). Formação de Professores e Carreira Docente. (Disponível em [http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4758/1/FPPD\\_A\\_Novoa.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4758/1/FPPD_A_Novoa.pdf) acedido em maio de 2016).

Nunes, T., Campos, T., Magina, S., & Bryant, P. (2005). *Educação Matemática – Números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez Editora.

Oliveira, E. (2014). *A utilização das aplicações interativas no ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa.

Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*, 29.

Pacheco, J. (2005). *Escritos curriculares*. São Paulo: Cortez Editora.

Pereira, J., & Ponte, J. (2008). RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM CONTEXTO ALGÉBRICO UMA ANÁLISE COM ALUNOS DE 9.º ANO. Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. (1994) *O Projecto Minerva – Introduzindo as NTI na Educação em Portugal*. DEPGEF.

Ponte, J. P. (1995). *Novas tecnologias na aula de matemática*. Educação e Matemática nº 34, 2-7.

Ponte, J. P. (2002). *As TIC no início da escolaridade: Perspectivas para a formação inicial de professores*.

Ponte, J. P. (2003). O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?. *O Ensino da Matemática Situação e Perspectiva*. 1-28.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Henriques, A. (2012). *O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior*. Doi: 10.5212/PraxEduc. v. 7i2. 0003. *Praxis Educativa*, 7(2), 355-377.

Ponte, J. P., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (2003). O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In D. Fiorentini (Ed.), *Formação de professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares* (pp. 159-192). Campinas: Mercado de Letras

Quivy, R. e Campenhoudt, L. (1995). *Manual de investigação em ciências sociais*. Lisboa: Gradiva.

Rodrigues, A. A. (2005). *Ambiente de ensino formal de ciências: impacte nas práticas de professores do 1.º CEB*. Dissertação de Mestrado. Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Didática e Tecnologia Educativa.

Russell, S. (1999). *Mathematical reasoning in the elementary grades*. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 1–12). Reston, VA: NCTM.

Santos, V. (2008). *Mathlets: Possibilidades e potencialidades para uma abordagem dinâmica e questionadora no ensino de matemática*. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: Universal Federal do Rio de Janeiro.

Sarmiento, M. (2011). *O Estudo de Caso Etnográfico em Educação*. In N. Zago; M. Pinto de Carvalho; R. A. T. Vilela (Org.) Itinerários de Pesquisa - Perspectivas Qualitativas em Sociologia da Educação (137 - 179). Rio de Janeiro: Lamparina (2ª edição).

Semana, S., & Santos, L. (2008). *A avaliação e o raciocínio matemático*. *Educação e Matemática*, 100, p.51-60.

Silva, A., Veloso, E., Porfírio, J., & Abrantes, P. (1999). O currículo de matemática e as actividades de investigação. *Investigações matemáticas na aula e no currículo*.

Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (2012). *Parecer sobre o documento “Metas Curriculares” para o Ensino Básico - Matemática*. Lisboa: SPIEM.

Tenbrink, T. (1984). *Evaluacion: guia practica para profesores* (2ª ed.). Madrid: Narcea, S. A. de Ediciones.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista da ESE*, 5, 171-202. [Disponível em: [https://www.academia.edu/10198052/Algumas\\_Notas\\_sobre\\_Investiga%C3%A7%C3%A3o\\_Qualitativa\\_em\\_Educa%C3%A7%C3%A3o\\_Matem%C3%A1tica\\_-\\_o\\_Estudo\\_de\\_Caso](https://www.academia.edu/10198052/Algumas_Notas_sobre_Investiga%C3%A7%C3%A3o_Qualitativa_em_Educa%C3%A7%C3%A3o_Matem%C3%A1tica_-_o_Estudo_de_Caso)] (acedido em fevereiro de 2017).

Yin, K. (1994). *Pesquisa Estudo de Caso - Desenho e Métodos* (2 ed.). Porto Alegre: Bookman. [Disponível em [http://maratavarespsictics.pbworks.com/w/file/74440967/3-YIN-desenho%20e%20metodo\\_Pesquisa%20Estudo%20de%20Caso.pdf](http://maratavarespsictics.pbworks.com/w/file/74440967/3-YIN-desenho%20e%20metodo_Pesquisa%20Estudo%20de%20Caso.pdf)] (acedido em abril de 2017).

## **Apêndices**

## **Apêndice A: Atividades Matemáticas**



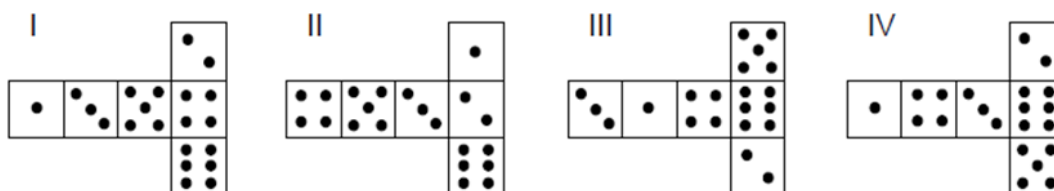
Apoio ao Estudo - Matemática	
Nome do aluno: _____	ANO LETIVO 2015/2016
Ano: _____ Turma: _____ N.º _____	Data: ____ / ____ / ____

### Teste Inicial

1. Lê com atenção a conjectura formulada pela Maria e a conjectura formulada pelo João.

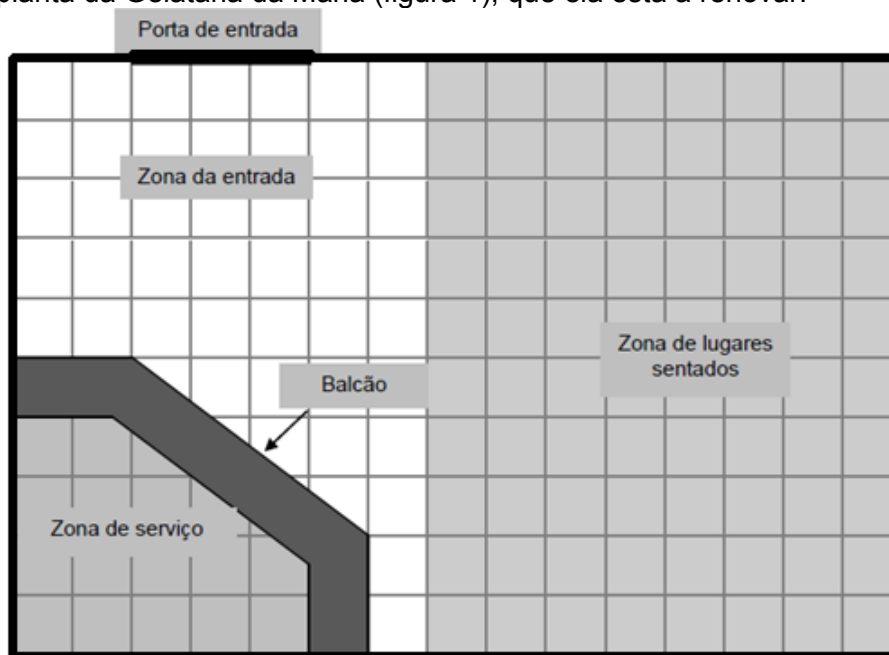


- 1.1. Observa as planificações dos dados abaixo. Qual a conjectura que apoias: a formulada pela Maria ou a formulada pelo João?



- 1.2. Descreve o que tens de fazer para testares a tua resposta à questão 1.1.

2. Esta é a planta da Gelataria da Maria (figura 1), que ela está a renovar.

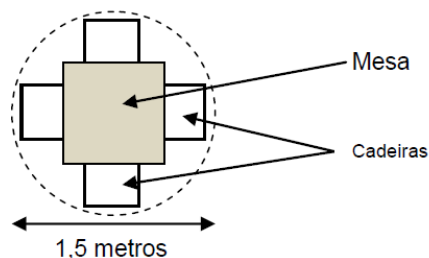


Nota: Cada quadrado da grelha representa 0,5 metros x 0,5 metros.

**Fig. 1** – Planta da Gelataria da Maria.

Na sua gelataria, a Maria quer colocar conjuntos, de uma mesa e quatro cadeiras, iguais ao representado na figura 2. O círculo representa a área de chão necessária para colocar cada conjunto.

**Fig. 2** - Representação do conjunto, de uma mesa e quatro cadeiras, a colocar na *zona de lugares sentados*.



Para que os clientes tenham espaço suficiente quando estão sentados, cada conjunto de uma mesa e quatro cadeiras (como representado na figura 2) deve ser colocado na *zona de lugares sentados* (conforme ilustra a figura 1), respeitando as seguintes condições:

- Cada conjunto deve ser colocado a, pelo menos, 0,5 metros de distância das paredes.
- Cada conjunto deve ser colocado a, pelo menos, 0,5 metros de distância dos outros conjuntos.

**2.1.** Sem fazeres cálculos, desenhos ou esquemas, qual pensas que seja o número máximo de conjuntos de uma mesa e quatro cadeiras, que é possível colocar na *zona de lugares sentados*?

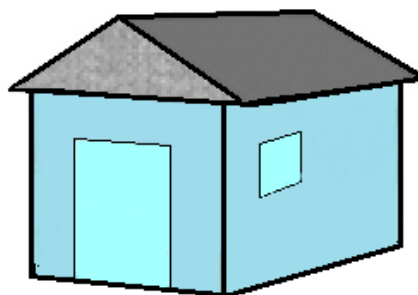
---



---

**2.2.** Verifica a conjectura que formulaste na questão 2.1., recorrendo a cálculos, desenhos ou esquemas.

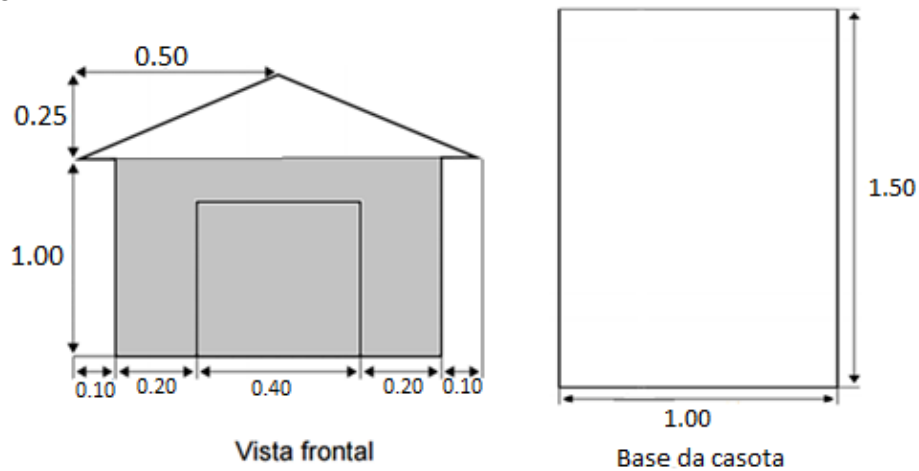
**3.** A série “básica” de um fabricante de garagens inclui modelos com apenas uma janela e uma porta. O Jorge escolheu o modelo de garagem representado na figura 3.



**Fig. 3** - Modelo da garagem que o Jorge

**3.1.** Na figura 3 está representada a garagem que o Jorge escolheu. A que sólido geométrico corresponde a parte da garagem pintada de azul? \_\_\_\_\_

**3.2.** As duas representações da figura mostram as dimensões, em **metros**, da garagem que o Jorge escolheu.



**Fig. 4** – Dimensões da casota.

Com a ajuda da imagem da casota representada na figura 3 e das imagens da figura 4, calcula o volume do sólido geométrico representado a azul na figura 3.

Volume do sólido geométrico representado a azul: \_\_\_\_\_

**3.3.** Explica, por palavras, o que fizeste para calcular o volume da parte azul da garagem.

---



---



---



---



---



---

Bom Trabalho!



Apoio ao Estudo - Matemática	
Nome do aluno: _____	ANO LETIVO 2015/2016
Ano: _____ Turma: _____ N.º _____	Data: ____ / ____ / ____

### Explorando Sólidos Geométricos

Na realização desta atividade vais utilizar a *applet* disponível em: <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3521>






Esta *applet* permite-te visualizar e manipular imagens tridimensionais de sólidos geométricos.

1. Observa a tabela 1.

1.1. Preenche a coluna “Penso que...” relativamente ao “Número de faces”, “Número de vértices” e “Número de arestas”, para cada sólido geométrico representado.

1.2. Explora, com o auxílio da *applet*, os cinco sólidos apresentados na tabela abaixo. Para cada sólido geométrico representado preenche a coluna “Verifiquei que...” relativamente ao “número de faces”, “Número de vértices” e “Número de arestas”.

**Tabela 1:** Tabela a ser preenchida durante o exercício 1.

Sólidos Geométricos	Número de faces		Número de vértices		Número de arestas	
	Penso que...	Verifiquei que...	Penso que...	Verifiquei que...	Penso que...	Verifiquei que...
<b>Tetraedro</b> 						
<b>Cubo</b> 						
<b>Octaedro</b> 						
<b>Dodecaedro</b> 						
<b>Icosaedro</b> 						

2. Observa as colunas “Verifiquei que...” da tabela 1. Relaciona o número de Faces, o número de Arestas e o número de Vértices dessas colunas.

2.1. Que conjectura podes formular?

---



---

**2.2.** Descreve o que podes fazer para testares a conjectura que formulaste na resposta à questão 2.1.

---

---

---

---

---



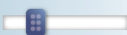
---

---

---

**2.3.** Testa a tua conjectura aplicando-a a três exemplos de sólidos geométricos.

#### Lista de comandos da *applet* Sólidos Geométricos

 Seleciona	Move os sólidos e seleciona as faces, arestas e vértices.
 Paleta de cores	Pinta as faces, arestas e vértices com a cor selecionada.
Zoom Level:  Zoom	Aumenta a dimensão do sólido selecionado.
Faces (F) = Faces	Indica o número de faces selecionadas
Edges (E) = Arestas	Indica o número de arestas selecionadas.
Vertices (V) = Vértices	Indica o número de vértices selecionados.



**Para os alunos que não conseguiram formular uma conjectura na questão 2.1.:**

**1.** Se a conjectura à questão 2.1. for: A soma do número de vértices com o número de faces é igual à soma do número de arestas com dois. Descreve o que farias para testar esta conjectura?

---

---

---

---

**1.1.** Testa a conjectura acima enunciada, aplicando-a a três exemplos de sólidos geométricos.



Apoio ao Estudo - Matemática	
Nome do aluno: _____	ANO LETIVO 2015/2016
Ano: ____ Turma: ____ N.º ____	Data: ____ / ____ / ____

### Explorando Planificações do Cubo

Na realização desta atividade vais utilizar a *applet* disponível em: <https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3544>

Com esta applet vais descobrir todas as planificações que o cubo pode ter.

**1.** Formula uma conjectura sobre quantas planificações diferentes se podem fazer de um o cubo.

---



---

**2.** Explica o teu raciocínio.

**3.** De acordo com a conjectura que formulaste em resposta à questão 1, desenha todas as planificações diferentes de um cubo.

**3.1.** Depois de desenhares as planificações do cubo de acordo com a conjectura que formulaste em 1., queres reformular a conjectura? Se sim, qual a conjectura que formulas? Explica o que te levou a reformular a conjectura.

Se não, explica porquê.

**4.** Testa a conjectura que formulaste em resposta à questão 1. e/ou em 3.1. a partir da exploração da *applet*. Quantas planificações tem o cubo?

---

**5.** Depois de confirmares todas as planificações que existem do cubo, confronta-as com a tuas respostas à questão 1. e/ou 3.1. e verifica quais e quantas te faltavam.

#### Lista de comandos da *applet* Planificações do Cubo

<div>Can a cube be formed from this net? <input type="button" value="Yes"/> <input type="button" value="No"/></div>
“Um cubo pode ser formado a partir desta planificação? Sim / Não”



Apoio ao Estudo - Matemática	
Nome do aluno: _____  Ano: ____ Turma: ____ N.º ____	ANO LETIVO 2015/2016  Data: ____ / ____ / ____

### Explorando áreas e volumes 1.

Nesta atividade vais trabalhar as dimensões dos cubos e paralelepípedos, construir as respetivas planificações, calcular o seu volume e verificar todos os exercícios através de uma *applet*.

1. Observa as seguintes imagens.

Figura 1.

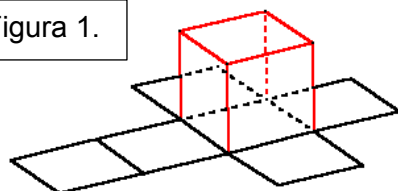


Figura 2.

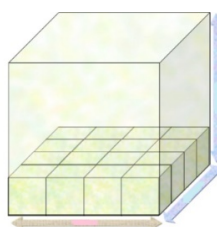
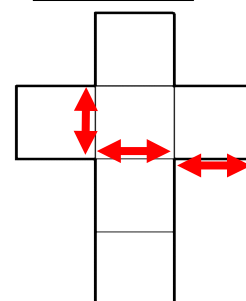


Figura 3.



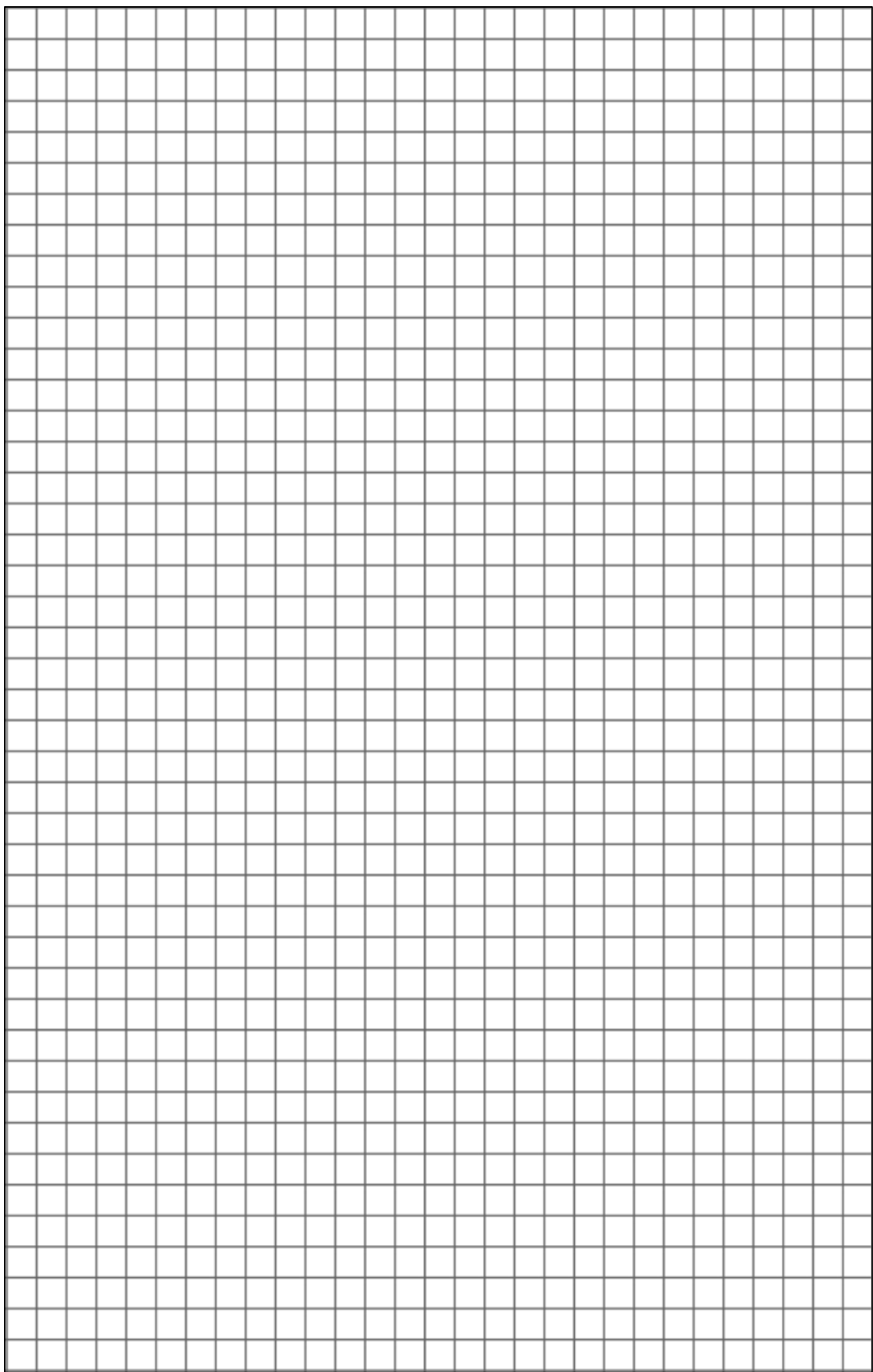
1.1. Com a ajuda das figuras acima, legenda a figura 2 (planificação do cubo) e a figura 3 (o cubo), com os seguintes termos: “Largura”, “Comprimento” e “Altura”.

1.2. Relembra como se calcula o volume dos cubos e dos paralelepípedos retângulos e preenche a tabela.

**Tabela 1:**

Sólidos	Largura	Comprimento	Altura	Volume
Sólido 1	1 unidade	2 unidades	3 unidades	6 unidades <sup>3</sup>
Sólido 2	2 unidades	4 unidades	6 unidades	_____ unidades <sup>3</sup>
Sólido 3	1 unidade	3 unidades	5 unidades	_____ unidades <sup>3</sup>
Sólido 4	_____ unidades	4 unidades	3 unidades	24 unidades <sup>3</sup>
Sólido 5	5 unidades	_____ unidades	5 unidades	100 unidades <sup>3</sup>
Sólido 6	X unidades	Y unidades	6 unidades	_____ unidades <sup>3</sup>

2. Desenha no seguinte quadriculado uma possível planificação para os cinco primeiros sólidos representados na tabela 1, respeitando as suas dimensões. Faz a legenda de cada planificação desenhada.










3. Para verificares a tabela que fizeste em 1 e as planificações que fizeste em 2., usa a seguinte applet: <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4095>.

Esta *applet* permite-te criar, visualizar e manipular planificações de alguns prismas.

4. Depois de resolveres todos os exercícios, e verificares as tuas respostas, indica as dimensões de três cubos ou paralelepípedos diferentes, em que o volume de cada um seja  $36 \text{ unidades}^3$ . Explica o teu raciocínio para cada caso.

#### Lista de comandos da *applet Cubes* que tens de usar

 Volume:   	Serve para escreveres, e verificares o volume das planificações dos sólidos representados.
 Definições	Se clicares neste botão consegues criar uma planificação de um sólido com largura, comprimento e altura que quiseses.
 Width: Largura	Indica o número de unidades da largura da planificação do sólido representado.
 Depth: Comprimento	Indica o número de unidades do comprimento da planificação do sólido representado.
 Height: Altura	Indica o número de unidades da altura da planificação do sólido representado.
 Play	Altera a planificação e o número de unidades do sólido representado.

Apoio ao Estudo - Matemática	
Nome do aluno: _____	ANO LETIVO 2015/2016
Ano: ____ Turma: ____ N.º ____	Data: ____ / ____ / ____

## Explorando áreas e volumes 2.

1. A Ana planificou e construiu dois modelos de prismas e registou as dimensões de cada um na seguinte tabela:

Prisma	Polígono da base		Altura
	Largura	Comprimento	
<b>A</b>	1 unidade	2 unidades	3 unidades
<b>B</b>	2 unidades	4 unidades	6 unidades

1.1. Relaciona a medida da largura do polígono da base do prisma A com a medida da largura do polígono da base do prisma B. O que podes concluir?

---

1.2. Relaciona a medida do comprimento do polígono da base do prisma A com a medida do comprimento do polígono da base do prisma B. O que podes concluir?

---

1.3. Relaciona a medida da altura do prisma A com a medida da altura do prisma B. O que podes concluir?

---

1.4. Sem fazer cálculos, formula uma conjectura sobre se existe alguma relação e qual entre a medida do volume do prisma A e a medida do volume do prisma B.

---



---

1.5. Descreve o que podes fazer para testares a conjectura que formulaste na tua resposta à questão 1.4.

1.6. Aplica o que descreveste em 1.5., a dois casos (dois exemplos concretos).

**2.** A Joana planificou e construiu dois modelos de prismas e registou as dimensões de cada um na seguinte tabela:

Prisma	Polígono da base		Altura
	Largura	Comprimento	
<b>C</b>	1 unidade	2 unidades	3 unidades
<b>D</b>	3 unidades	6 unidades	9 unidades

**2.1.** Relaciona a medida da largura do polígono da base do prisma C com a medida da largura do polígono da base do prisma D. O que podes concluir?

---

**2.2.** Relaciona a medida do comprimento do polígono da base do sólido C com a medida do comprimento do polígono da base do prisma D. O que podes concluir?

---

**2.3.** Relaciona a medida da altura do prisma C com a medida da altura do prisma D. O que podes concluir?

---

**2.4.** Sem fazer cálculos, formula uma conjectura sobre se existe alguma relação e qual entre a medida do volume do prisma A e a medida do volume do prisma B.

---

---

**2.5.** Descreve o que podes fazer para testares a conjectura que formulaste na tua resposta à questão 2.4.

**2.6.** Aplica o que descreveste em 2.5., a dois casos (dois exemplos concretos).



3. Para te ajudar a responder às questões usa a seguinte applet: <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4095>.




Esta *applet* permite-te criar, visualizar e manipular sólidos e as suas planificações.

3.1. Depois de usares a *applet*, pretendes reformular alguma resposta às questões anteriores?

Se sim, que respostas reformulas? Explica o que te levou a reformular a(s) resposta(s).

Se não, explica porquê.

#### Lista de comandos da *applet* Cubes

Volume:   	Serve para escreveres, e verificares o volume das planificações dos sólidos representados.
 Definições	Se clicares neste botão consegues criar uma planificação de um sólido com largura, comprimento e altura que quiseses.
Width:   Largura	Indica o número de unidades da largura da planificação do sólido representado.
Depth:   Comprimento	Indica o número de unidades do comprimento da planificação do sólido representado.
Height:   Altura	Indica o número de unidades da altura da planificação do sólido representado.
 Play	Altera a planificação e o número de unidades do sólido representado.

**Para os alunos que não conseguiram formular uma conjectura nas questões 1.4. e 2.4.:**

**1.** Observa a seguinte tabela criada pela Ana.

Prisma	Polígono da base		Altura	Volume
	Largura	Comprimento		
A	1 unidade	2 unidades	3 unidades	
B	2 unidades	4 unidades	6 unidades	

**1.1.**  
Pr

reenche a coluna com o nome **“volume”**.

**1.2.** Formula uma conjectura sobre qual a relação entre a medida do volume do prisma A e a medida do volume do prisma B.

---



---

**1.3.** Testa a conjectura acima enunciada, aplicando-a a dois casos (exemplos concretos). Usa a

Prisma	Polígono da base		Altura	Volume
	Largura	Comprimento		

tabela abaixo para te ajudar. Não debes repetir os exemplos dados na tabela acima.

**2.** Observa a seguinte tabela criada pela Joana.

**2.1.** Preenche a coluna com o nome **“volume”**.

Prisma	Polígono da base		Altura	Volume
	Largura	Comprimento		
C	1 unidade	2 unidades	3 unidades	
D	2 unidades	4 unidades	6 unidades	

**2.2.**  
F

ormula uma conjectura sobre qual a relação entre a medida do volume do prisma A e a medida do volume do prisma B.

---



---

**2.3.** Testa a conjectura acima enunciada, aplicando-a a dois casos (exemplos concretos). Usa a tabela abaixo para te ajudar. Não debes repetir os exemplos dados na tabela acima.

Prisma	Polígono da base		Altura	Volume
	Largura	Comprimento		

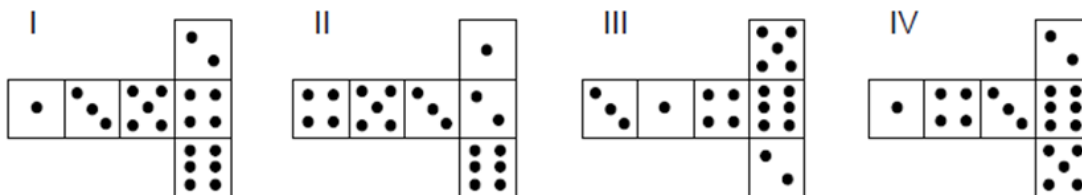
Apoio ao Estudo - Matemática	
Nome do aluno: _____	ANO LETIVO 2015/2016
Ano: _____ Turma: _____ N.º _____	Data: ____ / ____ / ____

### Teste Inicial

1. Lê com atenção a conjectura formulada pela Maria e a conjectura formulada pelo João.

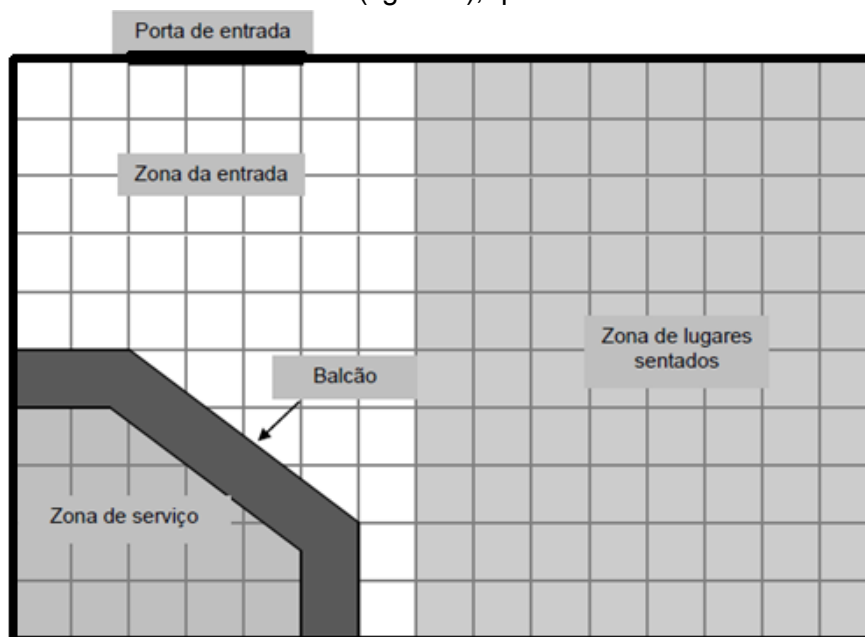


- 1.1. Observa as planificações dos dados abaixo. Qual a conjectura que apoias: a formulada pela Maria ou a formulada pelo João?



- 1.2. Descreve o que tens de fazer para testares a tua resposta à questão 1.1.

2. Esta é a planta da Gelataria da Maria (figura 1), que ela está a renovar.

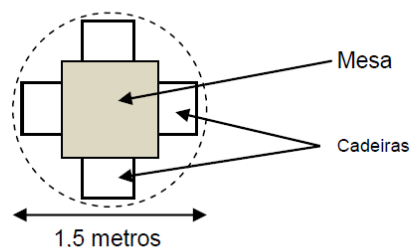


Nota: Cada quadrado da grelha representa 0,5 metros x 0,5 metros.

**Fig. 1** – Planta da Gelataria da Maria.

Na sua gelataria, a Maria quer colocar conjuntos, de uma mesa e quatro cadeiras, iguais ao representado na figura 2. O círculo representa a área de chão necessária para colocar cada conjunto.

**Fig. 2** - Representação do conjunto, de uma mesa e quatro cadeiras, a colocar na *zona de lugares sentados*.



Para que os clientes tenham espaço suficiente quando estão sentados, cada conjunto de uma mesa e quatro cadeiras (como representado na figura 2) deve ser colocado na *zona de lugares sentados* (conforme ilustra a figura 1), respeitando as seguintes condições:

- Cada conjunto deve ser colocado a, pelo menos, 0,5 metros de distância das paredes.
- Cada conjunto deve ser colocado a, pelo menos, 0,5 metros de distância dos outros conjuntos.

**2.1.** Sem fazeres cálculos, desenhos ou esquemas, qual pensas que seja o número máximo de conjuntos de uma mesa e quatro cadeiras, que é possível colocar na *zona de lugares sentados*?

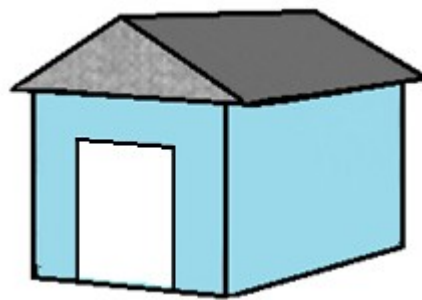
---



---

**2.2.** Verifica a conjectura que formulaste na questão 2.1., recorrendo a cálculos, desenhos ou esquemas.

**3.** O Jorge decidiu comprar uma casota para o seu cão e comprou o modelo mais simples da loja, representado na figura 3 de garagem representado na figura 3.

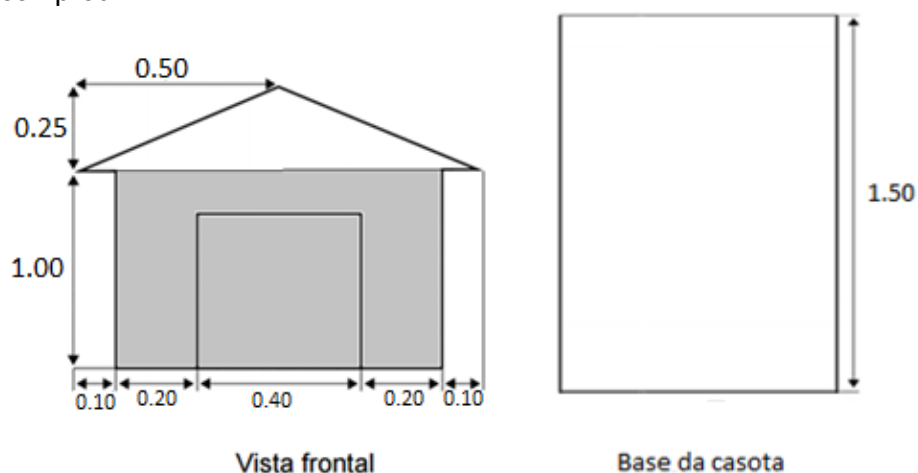


**Fig. 3** - Modelo da casota que o Jorge comprou.

**3.1.** Na figura 3 está representada a casota que o Jorge comprou. A que sólido geométrico corresponde a parte da casota pintada de azul?

---

**3.2.** As duas representações da figura mostram as dimensões, em metros, da casota que o Jorge comprou.



**Fig. 4** – Dimensões da casota.

Com a ajuda da imagem da casota representada na figura 3 e das imagens da figura 4, calcula o volume do sólido geométrico representado a azul na figura 3.

Volume do sólido geométrico representado a azul: \_\_\_\_\_

**3.3.** Explica, por palavras, o que fizeste para calcular o volume da parte azul da casota.

---



---



---



---



---



---

Bom trabalho!

## **Apêndice B: Questionários realizados no fim das atividades**



## Questionário da atividade 2

O que achaste da atividade realizada nesta aula de Apoio ao Estudo de Matemática?  
(assinala uma ou duas opções)

☐

Aborrecida

☐

Desafiante

☐

Divertida

☐

Motivadora

☐

Frustrante

☐

Entediante

Justifica a tua escolha:

---

---

O que menos gostaste desta aula?

---

---

## Questionário da atividade 3

Gostaste de realizar esta atividade?

☐

Gostei muito

☐

Gostei

☐

Gostei pouco

☐

Não gostei

Porquê?

---

---

---

#### Questionário da atividade 4

Consideras que a exploração da *applet* aumentou a tua motivação para realizares esta atividade?

☐ Aumentou muito    ☐ Aumentou    ☐ Aumentou    ☐ Não aumentou

Classifica a tua participação nesta atividade.

☐ Participei com entusiasmo    ☐ Participei    ☐ Participei pouco    ☐ Não participei

Justifica a tua resposta:

---

---

Diz por palavras tuas o que pensas sobre estas atividades realizadas em aulas de apoio ao estudo.

---

---

#### Questionário da atividade 5

Indica uma vantagem e uma desvantagem da utilização da *applet* na realização desta atividade.

---

---

---

O que achaste da atividade realizada nesta aula de Apoio ao Estudo de Matemática?  
(assinala uma ou duas opções)

<input type="checkbox"/> Aborrecida	<input type="checkbox"/> Desafiante	<input type="checkbox"/> Divertida
<input type="checkbox"/> Motivadora	<input type="checkbox"/> Frustrante	<input type="checkbox"/> Entediante

## **Apêndice C: Instrumentos de análise das produções escritas dos alunos.**

**Instrumento de análise das capacidades de RM mobilizadas pelos alunos nas produções escritas.**

**Indicações de preenchimento: +: verifica-se; -: não se verifica; NO: não respondeu**

**Aluno:** \_\_\_\_\_

Categoria da análise	Dimensões da análise	Registo de evidências																								
		Atividade 1				Atividade 2					Atividade 3					Ativ. 4	Atividade 5						Atividade 6			
		1.1.	2.1.	2.2.	3.3.	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3.	1.	2.	3.	3.1.	4.	4.	1.4.	1.5.	1.6.	2.4.	2.5.	2.6.	1.2.	2.1.	2.2.	3.3.
Capacidades de raciocínio matemático	A.																									
	B.																									
	C.																									
Observações																										

**Legenda:**

- A. – Formular conjecturas** (formula uma conjectura que responde de acordo com o pretendido da questão).
- B. – Testar conjecturas** (apresenta uma estratégia de teste de conjectura e/ou as razões que a justificam de acordo com o pretendido da questão).
- C. – Explicar procedimentos** (descreve os procedimentos adotados, tornando-os compreensíveis ao outro).

**Quadro de análise dos conhecimentos matemáticos no âmbito de GM, mobilizados pelos alunos nas produções escritas.**

**Indicações de preenchimento:** + : verifica-se; - : não se verifica; **NO**: não respondeu

**Aluno:** \_\_\_\_\_

Categoria e dimensões da análise		Registo de evidências					
		Atividade 1	Atividade 2	Atividade 3	Atividade 4	Atividade 5	Atividade 6
Matemáticos	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						
	7						
Observações							



**Legenda:**

1. Identificar sólidos através de representações da respetiva planificação;
2. Resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações;
3. Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas;
4. Identificar sólidos através da sua representação num contexto;
5. Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos.
6. Reconhecer propriedades dos sólidos geométricos como as arestas, os vértices e as faces (bases e faces laterais).
7. Reconhecer que a relação de Euler vale em qualquer prisma e qualquer pirâmide.

